

הצעה לפתרון מלא — מערכות חשמל

בגרות · קיץ תשפ"ו 2026 · שאלון 845381 · שאלות 1–10

✦ בנוי על ידי פהד גאנץ ✦

על המסמך: הצעה לפתרון מלא לשאלון 845381 — מערכות חשמל, קיץ תשפ"ו 2026. השאלון כולל עשר שאלות: שאלות 1–4 במעגלי זרם ישר, שאלות 5–8 בזרם חילופין, ושאלות 9–10 באלגברה בוליאנית ומערכות ספרתיות. 💡

שאלה 1 — מעגל זרם ישר: לולאה אחת, שני מקורות

$$\text{נתונים: } R_1 = 2 \, \Omega \cdot R_2 = 4 \, \Omega \cdot R_3 = 6 \, \Omega \cdot R_4 = 8 \, \Omega \cdot E_1 = 24V \cdot E_2 = 16V$$

⚠ קריאת הקוטביות: על-פי הסימון באיור שני המקורות פועלים זה כנגד זה — המקור E_1 (החזק יותר) מסיע את הזרם בלולאה, והמקור E_2 מתנגד לו.

סעיף א — הזרם I

כל ארבעת הנגדים מחוברים בטור בלולאה אחת, ולכן ההתנגדות השקולה היא סכומם:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 2 + 4 + 6 + 8 = 20 \, \Omega$$

לפי חוק המתחים של קירכהוף, הזרם נקבע מהפרש המקורות חלקי ההתנגדות הכוללת:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_T} = \frac{24 - 16}{20} = \frac{8}{20}$$

$$I = 0.4 \, A$$

סעיף ב — ההספק על R_3

$$P(R_3) = I^2 \cdot R_3 = 0.4^2 \times 6 = 0.16 \times 6$$

$$P(R_3) = 0.96 \, W$$

סעיף ג — המתח בין A ל-B

נחשב את הפרש הפוטנציאלים מ-B ל-A דרך המסלול העליון, הכולל את המקור E_1 ואת הנגדים R_1 ו- R_2 :

$$U_{AB} = E_1 - I \cdot (R_1 + R_2) = 24 - 0.4 \times (2 + 4) = 24 - 2.4$$

נוודא את התוצאה דרך המסלול התחתון, הכולל את R_3 , R_4 ואת המקור E_2 :

$$U_{AB} = E_2 + I \cdot (R_3 + R_4) = 16 + 0.4 \times 14 = 21.6 \text{ V } \checkmark$$

$$U_{AB} = 21.6 \text{ V}$$

שאלה 2 — מעגל זרם ישר עם התנגדות מוליכים

נתונים: $E = 12V$ · $R_1 = 3 \Omega$ · $R_2 = 2 \Omega$ · מוליכי נחושת: אורך $60m$ · חתך 1.5 mm^2 · $\rho = 0.0175$

מבנה המעגל: באיור א' שני הנגדים R_1 ו- R_2 מחוברים במקביל ישירות אל המקור. באיור ב' נוספת התנגדות מוליכי הנחושת בטור עם הענף של R_2 .

סעיף א — הזרמים I_1 , I_2 , I (איור א')

בחיבור מקבילי המתח על כל נגד שווה למתח המקור:

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{12}{3} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 4 + 6 = 10 \text{ A}$$

$$I_1 = 4 \text{ A} ; I_2 = 6 \text{ A} ; I = 10 \text{ A}$$

סעיף ב — ההספק על R_2

$$P(R_2) = I_2^2 \cdot R_2 = 6^2 \times 2 = 72 \text{ W}$$

$$P(R_2) = 72 \text{ W}$$

סעיף ג — הזרם I_2 (איור ב', עם מוליכי נחושת)

נחשב תחילה את התנגדות שני מוליכי הנחושת שאורכם הכולל 60 מטר:

$$R(\text{מוליך}) = \rho \cdot \frac{L}{A} = 0.0175 \times \frac{60}{1.5} = 0.7 \Omega$$

התנגדות זו נמצאת בטור עם R_2 , בעוד המתח על הענף עדיין $12V$:

$$I_2 = \frac{E}{R(\text{טילינן}) + R_2} = \frac{12}{0.7 + 2} = \frac{12}{2.7}$$

$$R(\text{טילינן}) = 0.7 \ \Omega ; I_2 \approx 4.44 \text{ A}$$

שאלה 3 — מעגל זרם ישר עם מפסק S

נתונים: $E = 18V$, $R_1 = 18\ \Omega$, $R_2 = 15\ \Omega$, $R_3 = 40\ \Omega$, $R_4 = 20\ \Omega$, $R_5 = 60\ \Omega$

מבנה המעגל: צומת 1 מצוי אחרי R_1 ; צומת 2 הוא הצומת התחתון-אמצעי; צומת 3 הוא הצומת התחתון-ימני. המפסק S מחבר את צומת 3 לפס התחתון.

סעיף א — ההתנגדות השקולה (S פתוח)

כשהמפסק פתוח, צומת 3 הוא קצה מת — הענף R_3 ו- R_4 בטור ($60\ \Omega$) מקביל ל- R_2 :

$$R_2 \parallel (R_3 + R_4) = 15 \parallel 60 = \frac{15 \times 60}{75} = 12\ \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + [R_2 \parallel (R_3 + R_4)] + R_5 = 18 + 12 + 60$$

$$R_{eq} = 90\ \Omega$$

סעיף ב — המתח על R_5 (S פתוח)

כל הזרם הכללי עובר דרך R_5 :

$$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{18}{90} = 0.2\ A$$

$$V(R_5) = I \cdot R_5 = 0.2 \times 60$$

$$V(R_5) = 12\ V$$

סעיף ג — הזרם דרך R_4 (S פתוח)

המתח על המקבילים (בין צומת 1 לצומת 2):

$$V = I \cdot 12 = 0.2 \times 12 = 2.4 \text{ V}$$

$$I(R_4) = \frac{V}{R_3 + R_4} = \frac{2.4}{60}$$

$$I(R_4) = 0.04 \text{ A}$$

סעיף ד — ההתנגדות השקולה (S סגור)

כשהמפסק סגור, צומת 3 מתחבר לפס התחתון. כתוצאה מכך R_4 מקביל ל- R_5 , ומכפלה זו בטור עם R_2 מקבילה ל- R_3 , והכול בטור עם R_1 :

$$R_4 \parallel R_5 = 20 \parallel 60 = 15 \ \Omega$$

$$(R_2 + 15) \parallel R_3 = 30 \parallel 40 = \frac{30 \times 40}{70} \approx 17.14 \ \Omega$$

$$R(\text{שקול}) = R_1 + 17.14 = 18 + 17.14$$

$$R(\text{שקול}) \approx 35.14 \ \Omega$$

שאלה 4 — מעגל זרם ישר: שני מקורות, רשת דו-צמתית

נתונים: $E_1 = 52V$ · $E_2 = 75V$ · $R_1 = 10 \Omega$ · $R_2 = 20 \Omega$ · $R_3 = 60 \Omega$ · $R_4 = 20 \Omega$

שלושת הענפים מחוברים בין צומת A (עליון) לצומת B (תחתון). נבחר את הפוטנציאל בצומת B שווה לאפס ונפתור בשיטת מתח הצומת. ענף ימין כולל את R_4 ו- R_2 בטור (40Ω) עם המקור E_2 .

סעיף א — הזרמים I_1, I_2

נכתוב את חוק הזרמים של קירכהוף בצומת A:

$$\frac{52 - V_A}{10} + \frac{75 - V_A}{40} = \frac{V_A}{60}$$

$$12(52 - V_A) + 3(75 - V_A) = 2 V_A$$

$$849 = 17 V_A \rightarrow V_A = 49.94 V$$

$$I_1 = \frac{52 - 49.94}{10} \approx 0.206 A$$

$$I_2 = \frac{75 - 49.94}{40} \approx 0.627 A$$

$$I_3 = \frac{V_A}{60} \approx 0.832 A$$

$$I_1 \approx 0.206 A ; I_2 \approx 0.627 A$$

סעיף ב — ההספק על R_3

$$P(R_3) = I_3^2 \cdot R_3 = 0.832^2 \times 60$$

$$P(R_3) \approx 41.6 W$$

סעיף ג — המתח על R_4

הנגד R_4 נמצא בענף הימני ולכן נושא את הזרם I_2 :

$$V(R_4) = I_2 \cdot R_4 = 0.627 \times 20$$

$$V(R_4) \approx 12.5 \text{ V}$$

פרק שני — זרם חילופין

שאלה 5 — מעגל RLC טורי בזרם חילופין

נתונים: $I = 3\text{ A}$, $V_R = 30\text{ V}$, $V_L = 60\text{ V}$, $V_C = 20\text{ V}$ חיבור טורי

סעיף א — מתח המקור U

מפלי המתח על המשרן ועל הקבל מנוגדים בפאזה, ולכן המתח הכולל הוא הסכום הפאזורי של מפל הנגד ושל הפרש מפלי המשרן והקבל:

$$U = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2500}$$

$$U = 50\text{ V}$$

סעיף ב — R , X_L , X_C

במעגל טורי הזרם משותף לכל הרכיבים, ולכן נחלק כל מפל מתח בזרם:

$$R = \frac{V_R}{I} = \frac{30}{3} = 10\ \Omega$$

$$X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{60}{3} = 20\ \Omega$$

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{20}{3} \approx 6.67\ \Omega$$

$$R = 10\ \Omega ; X_L = 20\ \Omega ; X_C \approx 6.67\ \Omega$$

סעיף ג — דיאגרמת הפאזורים

נבחר את הזרם I כפאזור הייחוס. מפל הנגד V_R בכיוונו, מפל המשרן V_L מקדים ב- 90° , ומפל הקבל V_C מפגר ב- 90° . זווית המופע נקבעת מיחס ההיגב לנגד:

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{40}{30} \rightarrow \phi \approx 53^\circ$$

(הזרם מפגר אחרי המתח – המעגל השראותי) $\phi \approx 53^\circ$

סעיף ד – מקצרים את הקבל C

כאשר מקצרים את הקבל מתקיים $V_C = 0$, והמעגל הופך למעגל R-L טורי. המתח נשמר $U = 50V$:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{500} \approx 22.36 \ \Omega$$

$$I' = \frac{U}{Z} = \frac{50}{22.36} \approx 2.24 \text{ A}$$

$$I' \approx 2.24 \text{ A} ; V_R \approx 22.4 \text{ V} ; V_L \approx 44.7 \text{ V} ; V_C = 0 \text{ V}$$

שאלה 6 — מעגל RL מקבילי בזרם חילופין

נתונים: $I = 5\text{ A}$ · $R = 20\ \Omega$ · $f = 100\text{ Hz}$ · $I_R = 1.4\text{ A}$ חיבור מקבילי

מבנה המעגל: הנגד והמשרן מחוברים במקביל אל המקור. הזרם הכללי I הוא הסכום הפאזורי של זרם הנגד I_R (בפאזה עם המתח) וזרם המשרן I_L (מפגר ב- 90°).

סעיף א — מתח המקור U

בחיבור מקבילי המתח משותף, ונחשב אותו מהענף הנגדי:

$$U = I_R \cdot R = 1.4 \times 20$$

$$U = 28\text{ V}$$

סעיף ב — הזרם I_L וזווית ϕ

זרם המשרן מנוגד בפאזה לחלק המדומה של הזרם הכללי, ומתקבל מהפרש הפיתגורי:

$$I_L = \sqrt{I^2 - I_R^2} = \sqrt{5^2 - 1.4^2} = \sqrt{23.04} = 4.8\text{ A}$$

$$\tan \phi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{4.8}{1.4} \rightarrow \phi \approx -73.7^\circ$$

$$I_L = 4.8\text{ A} ; \phi \approx -73.7^\circ \text{ (הזרם מפגר אחרי המתח)}$$

סעיף ג — היגב המשרן והשראות המשרן

$$X_L = \frac{U}{I_L} = \frac{28}{4.8} \approx 5.83\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{5.83}{2\pi \times 100} \approx 9.28\text{ mH}$$

$$X_L \approx 5.83 \ \Omega ; L \approx 9.28 \text{ mH}$$

סעיף ד — ההספקים P, Q, S

$$S = U \cdot I = 28 \times 5 = 140 \text{ VA}$$

$$P = U \cdot I_R = 28 \times 1.4 = 39.2 \text{ W}$$

$$Q = U \cdot I_L = 28 \times 4.8 = 134.4 \text{ var}$$

$$P = 39.2 \text{ W} ; Q = 134.4 \text{ var} ; S = 140 \text{ VA}$$

שאלה 7 — מעגל RLC טורי במצב תהודה

נתונים: $R = 60 \Omega$ · $L = 60\text{mH}$ · $U = 12\text{V}$ · $V_C = 40\text{V}$

מצב תהודה: מד-המתח על הקבל מראה $V_C = 40\text{V}$. במצב תהודה מתקיים $X_L = X_C$, מפלי המשרן והקבל מבטלים זה את זה, והעכבה שווה ל-R בלבד.

סעיף א — הזרם I

במצב תהודה העכבה מינימלית ושווה להתנגדות בלבד:

$$Z = R = 60 \Omega \rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{12}{60}$$

$$I = 0.2 \text{ A}$$

סעיף ב — X_L ו- X_C

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{40}{0.2} = 200 \Omega ; X_L = X_C = 200 \Omega$$

$$X_L = X_C = 200 \Omega$$

סעיף ג — תדירות התהודה f_0

$$f_0 = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{200}{2\pi \times 0.06} = \frac{200}{0.377}$$

$$f_0 \approx 530.5 \text{ Hz}$$

סעיף ד — קיבול הקבל C

$$C = \frac{1}{2\pi f_o \cdot X_c} = \frac{1}{2\pi \times 530.5 \times 200} \approx 1.5 \times 10^{-6}F$$

$$C = 1.5 \mu F$$

שאלה 8 — רשת תלת-מופעית, חיבור משולש (Δ)

נתונים: $Z = 10 + j5 \ \Omega$ לכל מופע $\cdot U$ (קווי) $= 50\text{Hz} \cdot f = 400\text{V} \cdot$ עומס מאוזן בחיבור משולש

בחיבור משולש המתח המופעי שווה למתח הקווי, כלומר 400V . גודל העכבה וזווית המופע:

$$|Z| = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \approx 11.18 \ \Omega ; \quad \phi = \arctan\left(\frac{5}{10}\right) = 26.57^\circ$$

סעיף א — הזרם המופעי והזרם הקווי

בחיבור משולש הזרם הקווי גדול פי שורש שלוש מהזרם המופעי:

$$I(\text{מופע}) = \frac{U}{|Z|} = \frac{400}{11.18} \approx 35.78 \text{ A}$$

$$I(\text{קווי}) = \sqrt{3} \cdot I(\text{מופע}) = 61.96 \approx 35.78 \times 1.732 \text{ A}$$

$$I(\text{מופע}) \approx 35.78 \text{ A} ; I(\text{קווי}) \approx 61.96 \text{ A}$$

סעיף ב — ההספקים P, Q, S

$$P = 3 \cdot I(\text{מופע})^2 \cdot R = 3 \times 35.78^2 \times 10 \approx 38400 \text{ W}$$

$$Q = 3 \cdot I(\text{מופע})^2 \cdot X = 3 \times 35.78^2 \times 5 \approx 19200 \text{ var}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \approx 42930 \text{ VA}$$

$$P = 38.4 \text{ kW} ; Q = 19.2 \text{ kvar} ; S \approx 42.93 \text{ kVA}$$

סעיף ג — משולש ההספקים

משולש ההספקים הוא משולש ישר-זווית: הצלע האופקית היא ההספק הממשי P , הצלע האנכית היא ההספק המדומה Q (חיובי, כלפי מעלה — עומס השראותי), והיתר הוא ההספק המדומה S . הזווית בין P ל- S שווה ל- $\phi \approx 26.6^\circ$.

החלק המדומה של העכבה חיובי (+j5), ולכן ההיגב השראותי. הזרם מפגר אחרי המתח וההספק המדומה Q חיובי, ומכאן שהרשת השראותית:

$$X = +j5 \ \Omega$$

$$X = +j5 \ \Omega \text{ (הרשת השראותית)}$$

שאלה 9 — פונקציה בוליאנית מטבלת אמת

נתונים: פונקציה F של שלושה משתנים A, B, C נתונה בטבלת אמת

סעיף א — ביטוי הפונקציה (סכום מכפלות)

הפונקציה שווה ל-1 בארבע השורות שבהן לפחות שניים מהמשתנים שווים ל-1. טבלת האמת:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

ביטוי סכום המכפלות המתקבל ישירות מהשורות שבהן $F=1$:

$$F = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

סעיף ב — מפת קרנו ופישוט

נעביר את הערכים למפת קרנו — שורות לפי A, עמודות לפי BC בסדר קוד גריי:

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

מקבצים שלושה זוגות של תאים סמוכים: הזוג BC (עמודה 11 בשתי השורות), הזוג AC (שורה A=1, עמודות 01 ו-11), והזוג AB (שורה A=1, עמודות 10 ו-11). זוהי פונקציית הרוב:

$$F = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

סעיף ג — מימוש במערכת מתגים

סכום לוגי מתממש בענפים מקביליים, ומכפלה לוגית מתממשת במגעים בטור. לכן המערכת בנויה משלושה ענפים מקביליים, ובכל ענף שני מגעים בטור: ענף (A·B) במקביל לענף (A·C) במקביל לענף (B·C). המעגל מוליך כאשר $F=1$.

שאלה 10 — מערכת שערים לוגיים

נתונים: מערכת המשלבת שער NOR על (A,B), שער NAND על (B,C), ושער NOR סופי המאחד ביניהם

מבנה המערכת: שער NOR פועל על הכניסות A ו-B, שער NAND פועל על הכניסות B ו-C, ושני מוצאיהם נכנסים לשער NOR סופי שמוצאו F.

סעיף א — ביטוי הפונקציה

נעקוב אחרי המערכת שער אחרי שער. שער ה-NOR הראשון נותן את המשלים של הסכום $A+B$, שער ה-NAND נותן את המשלים של המכפלה $B \cdot C$, ושער ה-NOR הסופי מאחד את שני המוצאים:

$$F(A,B,C) = \overline{\overline{(A+B)} + \overline{(B \cdot C)}}$$

סעיף ב — פישוט

לפי חוק דה-מורגן, שלילת הסכום של שני איברים שווה למכפלת המשלימים שלהם:

$$F = \overline{\overline{(A+B)} \cdot \overline{(B \cdot C)}} = (A+B) \cdot (B \cdot C)$$

נפתח את המכפלה ונשתמש בכך ש- $A \cdot B \cdot C = B \cdot C$ בלוע באיבר $B \cdot C$:

$$F = A \cdot B \cdot C + B \cdot C = B \cdot C \cdot (A + 1) = B \cdot C$$

$$F = B \cdot C \text{ (ליטרלים 2)}$$

המסקנה: המשתנה A נעלם לחלוטין מהפונקציה. כל המערכת המורכבת שקולה לשער AND יחיד עם הכניסות B ו-C בלבד — דוגמה מצוינת לחשיבות הפישוט לפני המימוש.

סעיף ג — מימוש בשער יחיד

הפונקציה המפושטת ממושת בשער AND יחיד עם שתי הכניסות B ו-C, שמוצאו $F = B \cdot C$.