

הצעה לפתרון מלא — מערכות חשמל

בגרות · מועד 2024 · שאלון 845381 · שאלות 1-12

✦ בנוי על ידי פהד גאנץ ✦

על המסמך: הצעה לפתרון מלא לשאלון 845381 — מערכות חשמל, מועד 2024. בשאלון שתיים עשרה שאלות ועל הנבחן לענות על חמש בלבד. שאלות 1-8 לכלל הנבחנים, 9-10 לתלמידי הנדסת חשמל, 11-12 לתלמידי בקרת אקלים. 💡

שאלה 1 — מעגל טורי בזרם ישר

נתונים: $E = 60V$ · $R_1 = 15 \Omega$ · $R_2 = 14 \Omega$ · $R_3 = 12 \Omega$ · $R_4 = 9 \Omega$

סעיף א — ההתנגדות השקולה של המעגל

כל ארבעת הנגדים מחוברים בטור, ולכן ההתנגדות השקולה היא סכום ההתנגדויות. במעגל טורי זרם אותו זרם דרך כל הרכיבים, וההתנגדויות מצטברות:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 15 + 14 + 12 + 9 = 50 \Omega$$

$$R_T = 50 \Omega$$

סעיף ב — הזרם הזורם במעגל

לפי חוק אוהם עבור המעגל כולו, זהו הזרם היחיד הזורם דרך כל רכיבי המעגל הטורי:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{60}{50} = 1.2 A$$

$$I = 1.2 A$$

סעיף ג — המתח בין הנקודות A ו-B

בין הנקודה A לנקודה B מחוברים בטור הנגדים R_2 ו- R_3 , ולכן המתח הוא מכפלת הזרם בסכום ההתנגדויות:

$$U_{AB} = I \cdot (R_2 + R_3) = 1.2 \times (14 + 12) = 1.2 \times 26 = 31.2 V$$

נוודא את התוצאה דרך המסלול הנגדי, הכולל את R_1 ו- R_4 :

$$U_{AB} = E - I \cdot (R_1 + R_4) = 60 - 1.2 \times 24 = 31.2 V \checkmark$$

$$U_{AB} = 31.2 V$$

סעיף ד — ההספק המתפתח על הנגד R_3

ההספק על נגד שווה לריבוע הזרם הזורם דרכו כפול התנגדותו:

$$P_3 = I^2 \cdot R_3 = 1.2^2 \times 12 = 1.44 \times 12 = 17.28 \text{ W}$$

$$P_3 = 17.28 \text{ W}$$

שאלה 2 — מעגל מקבילי בזרם ישר עם מד-זרם אידיאלי

נתונים: $R_1 = 50 \, \Omega$ · $I_1 = 4.4 \text{ A}$ · $R_2 = 40 \, \Omega$ · $P_3 = 440 \text{ W}$ חיבור מקבילי

מבנה המעגל: שלושה נגדים מחוברים במקביל אל המקור E , ומד-זרם אידיאלי מודד את הזרם הכללי היוצא מהמקור. המתח על כל ענף שווה למתח המקור.

סעיף א — מתח המקור E

במעגל מקבילי המתח על כל ענף שווה למתח המקור. לפי חוק אוהם על הענף הראשון:

$$E = I_1 \cdot R_1 = 4.4 \times 50 = 220 \text{ V}$$

$$E = 220 \text{ V}$$

סעיף ב — הזרמים I_2 ו- I_3

הזרם בענף השני לפי חוק אוהם:

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{220}{40} = 5.5 \text{ A}$$

הזרם בענף השלישי מתקבל מההספק הנתון על R_3 , שכן ההספק על ענף שווה למכפלת המתח בזרם:

$$I_3 = \frac{P_3}{E} = \frac{440}{220} = 2 \text{ A}$$

$$I_2 = 5.5 \text{ A} ; I_3 = 2 \text{ A}$$

סעיף ג — ההתנגדות של הנגד R_3

$$R_3 = \frac{E}{I_3} = \frac{220}{2} = 110 \, \Omega$$

נוודא את התוצאה מתוך ההספק והמתח:

$$R_3 = \frac{E^2}{P_3} = \frac{48400}{440} = 110 \ \Omega \ \checkmark$$

$$R_3 = 110 \ \Omega$$

סעיף ד — קריאת מד-הזרם

מד-הזרם מחובר בטור למקור ומודד את הזרם הכללי היוצא ממנו, שהוא סכום זרמי הענפים לפי חוק הזרמים של קירכהוף:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 4.4 + 5.5 + 2 = 11.9 \text{ A}$$

$$I = 11.9 \text{ A}$$

שאלה 3 — מעגל מעורב טורי-מקבילי בזרם ישר

נתונים: $E = 12V$ · $R_1 = 20 \Omega$ · $R_2 = 40 \Omega$ · $R_3 = 20 \Omega$ · $R_4 = 30 \Omega$ · $R_5 = 60 \Omega$

מבנה המעגל: R_1 מחובר בטור למקור; אחריו R_2 במקביל; בהמשך R_3 בטור, ובקצהו R_4 במקביל ל- R_5 . 

סעיף א — ההתנגדות השקולה של המעגל

נצמצם את המעגל שלב אחר שלב. תחילה החיבור המקבילי של R_4 ו- R_5 :

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{30 \times 60}{90} = 20 \Omega$$

R_3 בטור עם הצירוף:

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = 20 + 20 = 40 \Omega$$

חיבור מקבילי עם R_2 :

$$R_{2345} = \frac{40 \times 40}{40 + 40} = 20 \Omega$$

לבסוף R_1 בטור:

$$R_T = R_1 + R_{2345} = 20 + 20 = 40 \Omega$$

$$R_T = 40 \Omega$$

סעיף ב — מפלי המתח על הנגדים R_1 ו- R_3

הזרם הכללי מן המקור:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{12}{40} = 0.3 \text{ A}$$

מפל המתח על R_1 :

$$U_{R_1} = I \cdot R_1 = 0.3 \times 20 = 6 \text{ V}$$

המתח על הצומת שאחרי R_1 (על R_2):

$$U_2 = E - U_{R_1} = 12 - 6 = 6 \text{ V}$$

הזרם בענף של R_3 מפצל את הצומת אל הצירוף $R_4 \parallel R_5$, ומפל המתח על R_3 הוא:

$$I_3 = \frac{U_2}{R_{345}} = \frac{6}{40} = 0.15 \text{ A}$$

$$U_{R_3} = I_3 \cdot R_3 = 0.15 \times 20 = 3 \text{ V}$$

$$U_{R_1} = 6 \text{ V} ; U_{R_3} = 3 \text{ V}$$

סעיף ג — ההספק המתפתח על הנגד R_5

המתח על הצירוף המקבילי $R_4 \parallel R_5$ שווה למתח הצומת פחות המתח על R_3 , וההספק שווה לריבוע המתח חלקי ההתנגדות:

$$U_{45} = U_2 - U_{R_3} = 6 - 3 = 3 \text{ V}$$

$$P_5 = \frac{U_{45}^2}{R_5} = \frac{3^2}{60} = \frac{9}{60} = 0.15 \text{ W}$$

$$P_5 = 0.15 \text{ W}$$

שאלה 4 — מעגל עם שני מקורות מתח, שיטת מתחי הצמתים

נתונים: $E_1 = 15V$, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 8\ \Omega$, $E_2 = 18V$, $R_3 = 5\ \Omega$

שלושת הענפים מחוברים בין הצומת העליון לצומת התחתון. נסמן ב- V את מתח הצומת העליון ביחס לצומת התחתון (הייחוס) ונפתור בשיטת מתח הצומת.

סעיף א — הזרם דרך כל אחד מן הנגדים

לפי חוק הזרמים של קירכהוף, סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לזרם היוצא ממנו:

$$\frac{E_1 - V}{R_1} + \frac{E_2 - V}{R_3} = \frac{V}{R_2}$$

$$\frac{15 - V}{10} + \frac{18 - V}{5} = \frac{V}{8}$$

נכפול את שני האגפים במכנה המשותף 40:

$$4(15 - V) + 8(18 - V) = 5V$$

$$60 - 4V + 144 - 8V = 5V$$

$$204 = 17V \rightarrow V = 12\ V$$

נחשב את הזרמים בשלושת הענפים:

$$I_1 = \frac{E_1 - V}{R_1} = \frac{15 - 12}{10} = 0.3\ A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{12}{8} = 1.5\ A$$

$$I_3 = \frac{E_2 - V}{R_3} = \frac{18 - 12}{5} = 1.2\ A$$

בדיקה בצומת: הסכום $I_1 + I_3$ שווה ל- I_2 :

$$I_1 + I_3 = 0.3 + 1.2 = 1.5 \text{ A} = I_2 \quad \checkmark$$

$$I_1 = 0.3 \text{ A} ; I_2 = 1.5 \text{ A} ; I_3 = 1.2 \text{ A}$$

סעיף ב — המתח על הנגד R_3

מפל המתח על R_3 הוא ההפרש בין מתח המקור E_2 למתח הצומת:

$$U_{R_3} = I_3 \cdot R_3 = 1.2 \times 5 = 6 \text{ V}$$

$$U_{R_3} = E_2 - V = 18 - 12 = 6 \text{ V} \quad \checkmark$$

$$U_{R_3} = 6 \text{ V}$$

סעיף ג — ההספק שמספק מקור המתח E_1

ההספק שמקור מספק שווה למכפלת המתח האלקטרו-מניע שלו בזרם הזורם דרכו:

$$P(E_1) = E_1 \cdot I_1 = 15 \times 0.3 = 4.5 \text{ W}$$

$$P(E_1) = 4.5 \text{ W}$$

שאלה 5 — מעגל RLC טורי בזרם חילופין

נתונים: $U = 50V$ · $f = 50Hz$ · $R = 40 \Omega$ · $X_L = 180 \Omega$ · $X_C = 150 \Omega$

סעיף א — עכבת המעגל

במעגל טורי ההיגבים ההשראותי והקיבולי מנוגדים זה לזה, ולכן מחסרים אותם לפני החיבור הווקטורי עם ההתנגדות:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{40^2 + (180 - 150)^2} = \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50 \Omega$$

$$Z = 50 \Omega$$

סעיף ב — קריאת מד-הזרם

מד-הזרם מודד את הערך האפקטיבי של הזרם במעגל הטורי:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50}{50} = 1 A$$

$$I = 1 A$$

סעיף ג — מפלי המתח על רכיבי המעגל

$$U_R = I \cdot R = 1 \times 40 = 40 V$$

$$U_L = I \cdot X_L = 1 \times 180 = 180 V$$

$$U_C = I \cdot X_C = 1 \times 150 = 150 V$$

הסכום האלגברי של המתחים גדול ממתח המקור, אך הסכום הווקטורי מתלכד עם מתח המקור:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 V \checkmark$$

$$U_R = 40 \text{ V} ; U_L = 180 \text{ V} ; U_C = 150 \text{ V}$$

סעיף ד(1) — ההספק הפעיל, ההספק העיוור וההספק המדומה

$$P = I^2 \cdot R = 1^2 \times 40 = 40 \text{ W}$$

$$Q = I^2 \cdot (X_L - X_C) = 1^2 \times 30 = 30 \text{ var}$$

$$S = U \cdot I = 50 \times 1 = 50 \text{ VA}$$

בדיקה לפי משולש ההספקים:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1600 + 900} = 50 \text{ VA} \checkmark$$

$$P = 40 \text{ W} ; Q = 30 \text{ var} ; S = 50 \text{ VA}$$

סעיף ד(2) — משולש ההספקים

משולש ההספקים הוא משולש ישר-זווית: הניצב האופקי מייצג את ההספק הפעיל, הניצב האנכי כלפי מעלה (מפני שהמעגל השראותי) מייצג את ההספק העיוור, והיתר מייצג את ההספק המדומה. זווית המופע בין P ל-S:

$$\cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{40}{50} = 0.8 \rightarrow \phi \approx 36.87^\circ$$

$$\cos \phi = 0.8 ; \phi \approx 36.87^\circ$$

שאלה 6 — מעגל RLC מקבילי בזרם חילופין

$$u(t) = \sqrt{2} \times 230 \times \sin(\omega t) \text{ V} \cdot R = 10 \Omega \cdot X_L = 20 \Omega \cdot X_C = 40 \Omega \text{ נתונים:}$$

סעיף א — קריאת מד-המתח

מד-מתח אידיאלי מודד את הערך האפקטיבי של המתח. מן הביטוי הרגעי המשרעת היא $230 \cdot \sqrt{2}$ V, ולכן הערך האפקטיבי:

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times 230}{\sqrt{2}} = 230 \text{ V}$$

$$U = 230 \text{ V}$$

סעיף ב — הזרמים בענפי המעגל

במעגל מקבילי המתח על כל ענף הוא מתח המקור:

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{230}{10} = 23 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{230}{20} = 11.5 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{230}{40} = 5.75 \text{ A}$$

$$I_R = 23 \text{ A} ; I_L = 11.5 \text{ A} ; I_C = 5.75 \text{ A}$$

סעיף ג — הזרם השקול במעגל (קריאת מד-הזרם)

הזרם בנגד נמצא במופע עם המתח, הזרם במשרן מפגר ב- 90° והזרם בקבל מקדים ב- 90° , ולכן מחברים אותם וקטורית:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{23^2 + (11.5 - 5.75)^2} = \sqrt{529 + 33.0625} = \sqrt{562.0625} \approx 23.71 \text{ A}$$

$$I \approx 23.71 \text{ A}$$

סעיף ד — עכבת המעגל

העכבה השקולה של המעגל המקבילי מתקבלת מיחס המתח האפקטיבי לזרם הכללי האפקטיבי:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{230}{23.71} \approx 9.7 \text{ } \Omega$$

$$Z \approx 9.7 \text{ } \Omega$$

שאלה 7 — מעגל RLC מקבילי בזרם חילופין עם מדי-זרם

נתונים: $f = 50\text{Hz}$ · $C = 2.72\mu\text{F}$ · $I = 1.3\text{A}$ · $I_L = 0.9\text{A}$ · $I_C = 0.4\text{A}$

סעיף א — מתח המקור U

תחילה נחשב את ההיגב הקיבולי:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 2.72 \times 10^{-6}} = \frac{1}{8.545 \times 10^{-4}} \approx 1170.26 \ \Omega$$

מתח המקור שווה למתח על הקבל, שכן החיבור מקבילי:

$$U = I_C \cdot X_C = 0.4 \times 1170.26 \approx 468.1 \text{ V}$$

$$U \approx 468.1 \text{ V}$$

סעיף ב — השראות המשרן L

$$X_L = \frac{U}{I_L} = \frac{468.1}{0.9} \approx 520.11 \ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{520.11}{314.16} \approx 1.66 \text{ H}$$

$$L \approx 1.66 \text{ H}$$

סעיף ג — הזרם דרך הנגד R

הזרם הכללי הוא הסכום הווקטורי של זרמי הענפים. הזרם בנגד ניצב להפרש הזרמים ההיגביים:

$$I_R = \sqrt{I^2 - (I_L - I_C)^2} = \sqrt{1.3^2 - 0.5^2} = \sqrt{1.69 - 0.25} = \sqrt{1.44} = 1.2 \text{ A}$$

$$I_R = 1.2 \text{ A}$$

סעיף ד — עכבת המעגל

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{468.1}{1.3} \approx 360.1 \ \Omega$$

$$Z \approx 360.1 \ \Omega$$

שאלה 8 — רשת תלת-מופעית, עומס סימטרי בחיבור משולש

נתונים: U (קווי) $= 400V \cdot f = 50Hz \cdot Z = 40 \Omega \angle 30^\circ$ חיבור משולש

סעיף א — הזרם המופעי והזרם הקווי

בחיבור משולש המתח על כל עכבה הוא המתח הקווי. הזרם המופעי:

$$I(\text{מופע}) = \frac{U(\text{מופע})}{Z} = \frac{400}{40} = 10 \text{ A}$$

בצורה פאזורית, הזרמים בשלוש העכבות:

$$I_{AB} = \frac{400 \angle 0^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 10 \angle -30^\circ \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{400 \angle -120^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 10 \angle -150^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{400 \angle 120^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 10 \angle 90^\circ \text{ A}$$

הזרם הקווי בעומס משולש סימטרי גדול פי שורש שלוש מהזרם המופעי:

$$I(\text{קווי}) = \sqrt{3} \cdot I(\text{מופע}) = 17.32 \approx 10 \times 1.732 \text{ A}$$

$$I(\text{מופע}) = 10 \text{ A} ; I(\text{קווי}) \approx 17.32 \text{ A}$$

סעיף ב — ההספק הפעיל, העיוור והמדומה של הרשת

זווית העומס היא 30° , ולכן מקדם ההספק:

$$\cos \phi = \cos 30^\circ \approx 0.866 ; \sin \phi = \sin 30^\circ = 0.5$$

$$S = 3 \cdot U(\text{מופע}') \cdot I(\text{מופע}') = 12000 = 10 \times 400 \times 3 \text{ VA} = 12 \text{ kVA}$$

$$P = S \cdot \cos \phi = 12000 \times 0.866 \approx 10392 \text{ W} \approx 10.39 \text{ kW}$$

$$Q = S \cdot \sin \phi = 12000 \times 0.5 = 6000 \text{ var} = 6 \text{ kvar}$$

בדיקה לפי ההספק המדומה בחיבור תלת-מופעי:

$$S = \sqrt{3} \cdot U(\text{קווי}) \cdot I(\text{קווי}) = 12000 \approx 17.32 \times 400 \times 1.732 \text{ VA} \checkmark$$

$$P \approx 10.39 \text{ kW} ; Q = 6 \text{ kvar} ; S = 12 \text{ kVA}$$

סעיף ג — משולש ההספקים של הרשת

משולש ישר-זווית: הניצב האופקי מייצג את ההספק הפעיל $P = 10392 \text{ W}$, הניצב האנכי כלפי מעלה (עומס השראותי) מייצג את ההספק העיוור $Q = 6000 \text{ var}$, והיתר מייצג את ההספק המדומה $S = 12000 \text{ VA}$. הזווית בין P ל- S היא $\phi = 30^\circ$.

$$\phi = 30^\circ$$

שאלה 9 — מערכת שערים לוגיים

נתונים: הכניסות A ו-B מזינות שער OR ושער NAND, ומוציאיהם מזינים שער AND שבמוצאו הפונקציה F

שימו לב: אף שבאיור המוצא מסומן $F(A,B,C)$, במעגל מופיעים רק המשתנים A ו-B, ולכן הפונקציה תלויה בשני משתנים בלבד.

סעיף א — ביטוי עבור הפונקציה F

מוצא שער ה-OR הוא $A+B$, מוצא שער ה-NAND הוא המשלים של $A \cdot B$, ושער ה-AND מכפיל אותם:

$$F = (A + B) \cdot \overline{A \cdot B}$$

סעיף ב — פישוט הפונקציה למינימום משתנים

לפי חוק דה-מורגן, המשלים של המכפלה שווה לסכום המשלימים:

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$F = (A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B})$$

נפתח את הסוגריים:

$$F = A \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{B} + B \cdot \overline{A} + B \cdot \overline{B}$$

מאחר שהמכפלה של משתנה במשלם שלו שווה לאפס:

$$F = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

זוהי פונקציית XOR (או מוציא) של A ו-B: הפונקציה שווה 1 כאשר הכניסות שונות זו מזו.

$$F = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

סעיף ג — מימוש הפונקציה המפושטת בשערים לוגיים

מימוש הביטוי נעשה באמצעות שני שערי NOT (האחד מייצר את המשלים של A והשני את המשלים של B), שני שערי AND דו-כניסיים (האחד מקבל את A ואת המשלים של B ומוציא $A \cdot \bar{B}$, והשני מקבל את המשלים של A ואת B ומוציא $\bar{A} \cdot B$), ושער OR דו-כניסי המחבר את מוצאי שני שערי ה-AND ומוציא את F. לחלופין אפשר לממש את הפונקציה בשער XOR יחיד דו-כניסי.

שאלה 10 — מימוש פונקציה באמצעות מערכת מתגים

נתונים: ארבעה ענפים מקביליים, בכל ענף שלושה מתגים בטור $\bar{C} \cdot F = A \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$

מבנה המערכת: ענף מוליך כאשר כל מתגיו סגורים, והפונקציה שווה 1 אם לפחות ענף אחד מוליך. 💡

סעיף א — טבלת האמת של הפונקציה

הפונקציה שווה 1 בארבעה צירופים — בדיוק כאשר A שווה ל-C:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

סעיף ב — פישוט הפונקציה למינימום משתנים

נקבץ את האיברים לפי המשתנה B:

$$F = A \cdot C \cdot (B + \bar{B}) + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot (\bar{B} + B)$$

מאחר שסכום משתנה עם המשלים שלו שווה ל-1:

$$F = A \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{C}$$

זוהי פונקציית XNOR (שוויון) של A ו-C: הפונקציה שווה 1 כאשר A ו-C שווים, ואינה תלויה כלל ב-B.

$$F = A \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{C}$$

סעיף ג — מימוש הפונקציה המפושטת בשערים לוגיים

מימוש הביטוי נעשה באמצעות שני שערי NOT (האחד מייצר את המשלים של A והשני את המשלים של C), שני שערי AND דו-כניסיים (האחד מקבל את A ואת C, והשני את המשלים של A ואת המשלים של C), ושער OR דו-כניסי המחבר את מוצאי שני שערי ה-AND. מוציא את F. לחלופין אפשר לממש את הפונקציה בשער XNOR יחיד שכניסותיו A ו-C.

שאלות 11-12 — לתלמידי בקרת אקלים 🌡️

שאלה 11 — גז אידיאלי בתהליך איזותרמי

נתונים: $n = 2.5 \text{ mol}$ · $V_1 = 3 \text{ m}^3$ · $T = 10^\circ\text{C}$ · $V_2 = 5 \text{ m}^3$ · $R = 8.314 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$

סעיף א(1) — נפח הגז ביחידות של ליטרים

בכל מטר מעוקב יש 1000 ליטרים, ולכן:

$$V_1 = 3 \text{ m}^3 = 3 \times 1000 = 3000 \text{ liter}$$

$$V_2 = 5 \text{ m}^3 = 5 \times 1000 = 5000 \text{ liter}$$

$$V_1 = 3000 \text{ liter} ; V_2 = 5000 \text{ liter}$$

סעיף א(2) — הטמפרטורה של הגז ביחידות קלווין

$$T = T[^\circ\text{C}] + 273 = 10 + 273 = 283 \text{ K}$$

$$T = 283 \text{ K}$$

סעיף ב — הגדרת המושג תהליך איזותרמי

תהליך איזותרמי הוא תהליך תרמודינמי שבו הטמפרטורה של הגז נשארת קבועה לכל אורך התהליך. לפי חוק הגז האידיאלי, כאשר הטמפרטורה קבועה מתקיים חוק בویل: מכפלת הלחץ בנפח נשארת קבועה, ולכן כשהגז מתפשט הלחץ שלו קטן באותו יחס.

סעיף ג — הלחץ בתחילת התהליך ובסופו

לפי משוואת המצב של גז אידיאלי, הלחץ בתחילת התהליך:

$$p_1 = \frac{n \cdot R \cdot T}{V_1} = \frac{2.5 \times 8.314 \times 283}{3} = \frac{5882.2}{3} \approx 1960.7 \text{ Pa} \approx 1.96 \text{ kPa}$$

הלחץ בסוף התהליך:

$$p_2 = \frac{n \cdot R \cdot T}{V_2} = \frac{2.5 \times 8.314 \times 283}{5} \approx 1176.4 \text{ Pa} \approx 1.18 \text{ kPa}$$

בדיקה לפי חוק בויל — מכפלת הלחץ בנפח נשמרת בתהליך איזותרמי:

$$p_1 \cdot V_1 = 1960.7 \times 3 \approx 5882 \text{ J} \quad ; \quad p_2 \cdot V_2 = 1176.4 \times 5 \approx 5882 \text{ J} \quad \checkmark$$

$$p_1 \approx 1.96 \text{ kPa} \quad ; \quad p_2 \approx 1.18 \text{ kPa}$$

שאלה 12 — תהליך דו-שלבי של גז אידיאלי

נתונים: $P_C = 120 \text{ kPa}$ (איזוכורי $B \rightarrow C$) $V_A = 10 \text{ liter}$ (איזוברי $A \rightarrow B$) $P_A = 50 \text{ kPa}$ $V_B = 6 \text{ liter}$

סעיף א — הגדרת המושגים תהליך איזוכורי ותהליך איזוברי

תהליך איזוכורי — תהליך תרמודינמי שבו הנפח של הגז נשאר קבוע. מאחר שאין שינוי נפח, הגז אינו מבצע עבודה ואין עבודה שנעשית עליו, וכל החום המועבר משנה את האנרגייה הפנימית בלבד.

תהליך איזוברי — תהליך תרמודינמי שבו הלחץ של הגז נשאר קבוע. העבודה בתהליך כזה שווה למכפלת הלחץ בשינוי הנפח.

סעיף ב — סרטוט התהליך במישור לחץ-נפח

במישור שבו הציר האופקי הוא הנפח V והציר האנכי הוא הלחץ P : נקודה A בנפח 10 ליטרים ולחץ 50 קילו-פסקל. הקטע $A \rightarrow B$ הוא קו אופקי ישר שמאלה בלחץ קבוע של 50 קילו-פסקל, מנפח 10 ליטרים עד נפח 6 ליטרים (דחיסה איזוברית). נקודה B בנפח 6 ליטרים ולחץ 50 קילו-פסקל. הקטע $B \rightarrow C$ הוא קו אנכי ישר כלפי מעלה בנפח קבוע של 6 ליטרים, מלחץ 50 קילו-פסקל עד לחץ 120 קילו-פסקל (תהליך איזוכורי). נקודה C בנפח 6 ליטרים ולחץ 120 קילו-פסקל.

סעיף ג — העבודה הכוללת שנעשתה על-ידי הגז

בשלב הראשון (איזוברי) העבודה שווה למכפלת הלחץ בשינוי הנפח. נמיר ליחידות SI: הלחץ 50000 פסקל, והנפחים 0.010 ו-0.006 מטר מעוקב:

$$W_1 = p \cdot \Delta V = p \cdot (V_B - V_A) = 50000 \times (0.006 - 0.010) = 50000 \times (-0.004) = -200 \text{ J}$$

בשלב השני (איזוכורי) הנפח קבוע ולכן לא מתבצעת עבודה:

$$W_2 = 0 \text{ J}$$

העבודה הכוללת שנעשתה על-ידי הגז:

$$W = W_1 + W_2 = -200 + 0 = -200 \text{ J}$$

$$W = -200 \text{ J}$$

הסימן השלילי מציין שהגז נדחס — כלומר הסביבה ביצעה על הגז עבודה של 200 ג'אול, והגז עצמו ביצע עבודה שלילית.