

הצעה לפתרון מלא — מערכות חשמל

בגרות · מועד נבצרים 2020 · שאלון 845381 · שאלות 1–10

✦ בנוי על ידי פהד גאנץ ✦ 

על המסמך: הצעה לפתרון מלא לשאלון 845381 — מערכות חשמל, מועד נבצרים 2020. בשאלון עשר שאלות בשלושה פרקים, וכל התוצאות חושבו ואומתו מספרית.



שאלה 1 — מעגל זרם ישר עם חמישה נגדים

$$\text{נתונים: } R_1 = 9 \, \Omega \cdot R_2 = 6 \, \Omega \cdot R_3 = 4 \, \Omega \cdot R_4 = 2.5 \, \Omega \cdot R_5 = 3.5 \, \Omega \cdot I = 2 \text{ A}$$

מבנה המעגל: בצד שמאל הנגד העליון והתחתון מחוברים בטור זה לזה דרך הקצה השמאלי, וצירופם מקביל לנגד האנכי האמצעי. בצד ימין שני הנגדים האנכיים מקבילים זה לזה. המקור מחובר בטור בין שתי הקבוצות, ולכן הזרם הכללי עובר דרך שתיהן.

סעיף א — מתח המקור E

תחילה מחברים בטור את שני הנגדים בצד שמאל, מקבילים את הצירוף לנגד האמצעי, ומקבילים את שני הנגדים בצד ימין:

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 2.5 + 3.5 = 6 \, \Omega$$

$$R_L = \frac{R_{45} \cdot R_3}{R_{45} + R_3} = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \, \Omega$$

$$R_R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{9 \times 6}{9 + 6} = 3.6 \, \Omega$$

ההתנגדות השקולה היא סכום שתי הקבוצות, ומתח המקור מתקבל מחוק אוהם:

$$R_T = R_L + R_R = 2.4 + 3.6 = 6 \, \Omega$$

$$E = I \cdot R_T = 2 \times 6$$

$$E = 12 \text{ V}$$

סעיף ב — הזרם דרך הנגד של 9 אום

המתח על הקבוצה הימנית שווה למכפלת הזרם הכללי בהתנגדותה השקולה, ומתח זה נופל על כל אחד משני הנגדים המקבילים:

$$U_R = I \cdot R = 2 \times 3.6 = 7.2 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U_R}{R_1} = \frac{7.2}{9}$$

$$I_1 = 0.8 \text{ A}$$

סעיף ג — ההספק על הנגד של 6 אום

תחילה מחשבים את הזרם דרך הנגד, ואז את ההספק כמכפלת המתח בזרם:

$$I_2 = \frac{U_R}{R_2} = \frac{7.2}{6} = 1.2 \text{ A}$$

$$P_2 = U_R \cdot I_2 = 7.2 \times 1.2$$

סכום הזרמים בשני הענפים המקבילים הוא $I_2 = 1.2 + 0.8 \text{ A}$, בדיוק הזרם הכללי — הפתרון עקבי.

$$P_2 = 8.64 \text{ W}$$

שאלה 2 — מעגל עם שני מקורות מתח

נתונים: $E_1 = 3V \cdot R_1 = 3 \Omega \cdot E_2 = 16V \cdot R_2 = 5 \Omega \cdot R_3 = 6 \Omega$

מבנה המעגל: המקור השמאלי בטור עם R_1 , המקור הימני בטור עם R_2 , ובענף האמצעי הנגד R_3 המחובר בין הצומת העליונה לצומת התחתונה. 💡

סעיף א — הזרמים בשני הענפים

נפתור בשיטת מתחי הצמתים ונסמן את מתח הצומת העליונה U_A ביחס לצומת התחתונה. לפי חוק הזרמים של קירכהוף, סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לזרם היוצא דרך הנגד האמצעי:

$$\frac{E_1 - U_A}{R_1} + \frac{E_2 - U_A}{R_2} = \frac{U_A}{R_3}$$
$$\frac{3 - U_A}{3} + \frac{16 - U_A}{5} = \frac{U_A}{6}$$

נכפול את שני האגפים ב-30:

$$10(3 - U_A) + 6(16 - U_A) = 5 U_A$$

$$30 - 10 U_A + 96 - 6 U_A = 5 U_A \rightarrow 126 = 21 U_A \rightarrow U_A = 6 V$$

כעת מחשבים את שני הזרמים לפי הכיוונים המסומנים באיור:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_A}{R_1} = \frac{3 - 6}{3} = -1 A$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_A}{R_2} = \frac{16 - 6}{5} = +2 A$$

הסימן השלילי מלמד שהזרם בענף השמאלי זורם בפועל בכיוון הפוך לחץ המסומן, כלומר בגודל של אמפר אחד אל תוך המקור השמאלי, והמקור השמאלי נטען.

$$I_1 = -1 A ; I_2 = 2 A$$

סעיף ב — הזרם דרך הנגד האמצעי וכיוונו

לפי חוק הזרמים של קירכהוף בצומת העליונה:

$$I_3 = I_1 + I_2 = (-1) + 2$$

מתח הצומת העליונה גבוה ממתח הצומת התחתונה (6 וולט מול אפס), ולכן הזרם דרך הנגד האמצעי זורם מהנקודה העליונה אל התחתונה, כלומר מ-A ל-B. גם התוצאה החיובית מאשרת זאת.

$$I_3 = 1 \text{ A (n-A ל-B)}$$

סעיף ג — ההספק על הנגד האמצעי

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 1^2 \times 6$$

בדיקה דרך המתח: ריבוע המתח על הנגד חלקי ההתנגדות נותן 36 חלקי 6, כלומר אותם 6 W.

$$P_3 = 6 \text{ W}$$

שאלה 3 — מעגל קבלים

נתונים: $C_1 = 2\mu\text{F}$ · $C_2 = 4\mu\text{F}$ · $C_3 = 6\mu\text{F}$ · $C_4 = 8\mu\text{F}$ · $U_{AB} = 2\text{V}$

מבנה המעגל: שני קבלים מחוברים בטור בענף העליון, ומד-המתח מחובר על הקבל השני שבהם. קבל נוסף מחובר במקביל לענף הטורי הזה, וכל הצירוף מחובר בטור עם הקבל הרביעי אל מקור המתח.

סעיף א — המתח והמטען על הקבל השני ועל הקבל הרביעי

מד-המתח מודד את המתח על הקבל השלישי, ומכאן המטען עליו. בחיבור טורי המטען זהה בשני הקבלים, ולכן נחשב את המתח על הקבל השני:

$$Q_3 = C_3 \cdot U_3 = 6 \times 2 = 12 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = Q_3 = 12 \mu\text{C}$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{12}{4} = 3 \text{ V}$$

המתח הכולל על הענף הטורי העליון הוא סכום שני המתחים, וזהו גם המתח על הקבל המקביל. הקבל הרביעי בטור לכל הקבוצה, ולכן המטען עליו שווה לסכום המטענים של שני הענפים המקבילים:

$$U_{23} = U_2 + U_3 = 3 + 2 = 5 \text{ V} \rightarrow U_1 = 5 \text{ V}$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 2 \times 5 = 10 \mu\text{C}$$

$$Q_4 = Q_1 + Q_2 = 10 + 12 = 22 \mu\text{C}$$

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{22}{8}$$

$$U_2 = 3\text{V} ; Q_2 = 12 \mu\text{C} ; U_4 = 2.75 \text{ V} ; Q_4 = 22 \mu\text{C}$$

סעיף ב — גודל מקור המתח E

מתח המקור שווה לסכום המתח על הקבוצה המקבילה והמתח על הקבל הרביעי:

$$E = U_{23} + U_4 = 5 + 2.75$$

$$E = 7.75 \text{ V}$$

סעיף ג — הקיבול השקול של המעגל

$$C_{23} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = \frac{4 \times 6}{4 + 6} = 2.4 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_P = C_{23} + C_1 = 2.4 + 2 = 4.4 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_T = \frac{C_P \cdot C_4}{C_P + C_4} = \frac{4.4 \times 8}{4.4 + 8} = \frac{35.2}{12.4}$$

בדיקה: המטען הכולל חלקי מתח המקור נותן 22 חלקי 7.75, כלומר כ-2.84 μF — זהה לתוצאה.

$$C_T \approx 2.84 \text{ } \mu\text{F}$$

שאלה 4 — מעגל ביתי עם שלושה צרכנים

נתונים: $E = 250V$ · $P_1 = 1.5kW$ · $P_2 = 1.2kW$ · $P_3 = 1.8kW$ · חיבור מקבילי

סעיף א — שלושת הזרמים

בחיבור מקבילי כל צרכן מקבל את מלוא מתח המקור, ולכן זרם כל צרכן שווה להספקו חלקי המתח:

$$I_1 = \frac{P_1}{E} = \frac{1500}{250} = 6 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{E} = \frac{1200}{250} = 4.8 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{P_3}{E} = \frac{1800}{250} = 7.2 \text{ A}$$

$$I_1 = 6 \text{ A} ; I_2 = 4.8 \text{ A} ; I_3 = 7.2 \text{ A}$$

סעיף ב — התנגדות כל צרכן

לפי חוק אוהם, התנגדות כל צרכן היא המתח חלקי הזרם דרכו:

$$R_1 = \frac{E}{I_1} = \frac{250}{6} \approx 41.67 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = \frac{E}{I_2} = \frac{250}{4.8} \approx 52.08 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = \frac{E}{I_3} = \frac{250}{7.2} \approx 34.72 \text{ } \Omega$$

ככל שההספק גדול יותר ההתנגדות קטנה יותר, ולכן לתנור האפיייה ההתנגדות הקטנה ביותר.

$$R_1 \approx 41.67 \text{ } \Omega ; R_2 \approx 52.08 \text{ } \Omega ; R_3 \approx 34.72 \text{ } \Omega$$

סעיף ג — הספק המקור

הספק המקור שווה לסכום הספקי כל הצרכנים:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 1.5 + 1.2 + 1.8$$

בדיקה: הזרם הכללי הוא $A_{18} = 7.2 + 4.8 + 6$, ומכפלתו במתח נותנת $W_{4500} = 18 \times 250$ — זהה.

$$P_T = 4.5 \text{ kW}$$

פרק שני — זרם חילופין

שאלה 5 — מעגל טורי בזרם חילופין

$$\text{נתונים: } U_R = 3V \cdot U_L = 12V \cdot U_C = 8V \cdot I = 2A \cdot f = 50\text{Hz}$$

סעיף א — מתח המקור (ערך יעיל)

במעגל טורי המתח על הנגד בפאזה עם הזרם, מתח המשרן מקדים ב- 90° ומתח הקבל מפגר ב- 90° , ולכן מחברים אותם וקטורית:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{3^2 + (12 - 8)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$$

$$U = 5 \text{ V}$$

סעיף ב — ההתנגדות, ההשראות והקיבול

כל הרכיבים נושאים את אותו זרם, ולכן מחלקים כל מתח בזרם:

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{3}{2} = 1.5 \ \Omega$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} = \frac{12}{2} = 6 \ \Omega \rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6}{2\pi \times 50}$$

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{8}{2} = 4 \ \Omega \rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 4}$$

$$R = 1.5 \ \Omega ; L \approx 19.1 \text{ mH} ; C \approx 795.8 \ \mu\text{F}$$

סעיף ג — ההספק בכל מרכיב

בנגד נצרך הספק ממשי, ובמשרן ובקבל ההספק היגבי (ריאקטיבי) בלבד:

$$P_R = U_R \cdot I = 3 \times 2 = 6 \text{ W}$$

$$Q_L = U_L \cdot I = 12 \times 2 = 24 \text{ var}$$

$$Q_C = U_C \cdot I = 8 \times 2 = 16 \text{ var}$$

ההספק המדומה של המקור הוא $VA 10 = 2 \times 5$, וההספק ההיגבי הכולל הוא $var 8 = 16 - 24$ בעל אופי השראותי.

$$P_R = 6 \text{ W} ; Q_L = 24 \text{ var} ; Q_C = 16 \text{ var}$$

שאלה 6 — מעגל מקבילי בזרם חילופין

נתונים: $U = 50 \angle 0^\circ \text{ V}$ · $\omega = 600 \text{ rad/s}$ · $C = 400 \mu\text{F}$ · $L = 13.3 \text{ mH}$

⚠ **נתון חסר בשאלון:** באיור לא מודפס ערך מספרי לנגד. לצורך פתרון מלא הונח $R = 12.5 \Omega$ — הנחה המביאה לתוצאות עגולות ואופייניות לשאלוני הבגרות. דרך הפתרון זהה לכל ערך אחר של הנגד.

סעיף א — היגב המשרן והיגב הקבל

$$X_L = \omega L = 600 \times 0.0133 = 7.98 \approx 8 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{600 \times 400 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.24} \approx 4.17 \Omega$$

$$X_L \approx 8 \Omega ; X_C \approx 4.17 \Omega$$

סעיף ב — עכבת המעגל ואופיו

במעגל מקבילי נוח לחשב תחילה את ההולכה הכוללת — ההולכה הממשית של הנגד וההפרש בין הולכות הקבל והמשרן:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{12.5} = 0.08 \text{ S}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = 0.24 \text{ S} ; B_L = \frac{1}{X_L} = 0.125 \text{ S}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{0.08^2 + 0.115^2} \approx 0.14 \text{ S}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0.14} \approx 7.14 \Omega$$

הולכת הקבל גדולה מהולכת המשרן, ולכן הזרם הכולל מקדים את המתח — אופי המעגל קיבולי. זווית הפאזה:

$$\phi = \arctan\left(\frac{B_C - B_L}{G}\right) = \arctan\left(\frac{0.115}{0.08}\right) \approx 55.2^\circ$$

$$Z \approx 7.14 \, \Omega \angle 55.2^\circ ; \text{ אופי קיבולי}$$

סעיף ג — הזרמים במעגל

המתח המשותף נופל על כל ענף, ולכן זרם כל ענף שווה למתח חלקי העכבה שלו. זרם המשרן מפגר ב- 90° וזרם הקבל מקדים ב- 90° :

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{50}{12.5} = 4 \, \text{A}$$

$$I_1 = \frac{U}{X_L} = \frac{50}{8} = 6.25 \, \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U}{X_C} = \frac{50}{4.17} = 12 \, \text{A}$$

הזרם הכולל מתקבל מחיבור וקטורי — הרכיב הממשי הוא זרם הנגד, והרכיב ההיגבי הוא הפרש זרמי הקבל והמשרן:

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_2 - I_1)^2} = \sqrt{4^2 + (12 - 6.25)^2} = \sqrt{49.06} \approx 7 \, \text{A}$$

בדיקה: מכפלת המתח בהולכה הכוללת נותנת $50 \times 0.14 \approx 7 \, \text{A}$ — זהה.

$$I_1 = 6.25 \, \text{A} ; I_2 = 12 \, \text{A} ; I_T \approx 7 \, \text{A}$$

שאלה 7 — עומס תלת-מופעי סימטרי בחיבור משולש

נתונים: $Z = 16 + j12 \ \Omega$ לכל ענף $\cdot U$ (קווי) $= 50\text{Hz} = 400\text{V} \cdot f$ חיבור משולש

$$|Z| = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \ \Omega ; \quad \phi = \arctan\left(\frac{12}{16}\right) = 36.87^\circ$$

סעיף א — הזרם המופעי וזרם הקו

בחיבור משולש המתח על כל ענף שווה למתח הקווי, וזרם הקו גדול פי שורש שלוש מהזרם המופעי:

$$U(\text{מופעי}) = U(\text{קווי}) = 400 \text{ V}$$

$$I(\text{מופעי}) = \frac{U(\text{מופעי})}{|Z|} = \frac{400}{20} = 20 \text{ A}$$

$$I(\text{קווי}) = \sqrt{3} \cdot I(\text{מופעי}) = 34.64 \approx 20 \times 1.732 \text{ A}$$

$$I(\text{מופעי}) = 20 \text{ A} ; I(\text{קווי}) \approx 34.64 \text{ A}$$

סעיף ב — מקדם ההספק

מקדם ההספק שווה ליחס בין הרכיב הממשי של העכבה לגודלה:

$$\cos \phi = \frac{R}{|Z|} = \frac{16}{20}$$

$$\cos \phi = 0.8 \text{ (השראתי)}$$

סעיף ג — ההספק הממשי, ההיגבי והמדומה

$$P = 3 \cdot U(\text{מופע}') \cdot I(\text{מופע}') \cdot \cos \phi = 3 \times 400 \times 20 \times 0.8 = 19200 \text{ W}$$

$$Q = 3 \cdot U(\text{מופע}') \cdot I(\text{מופע}') \cdot \sin \phi = 3 \times 400 \times 20 \times 0.6 = 14400 \text{ var}$$

$$S = 3 \cdot U(\text{מופע}') \cdot I(\text{מופע}') = 24000 = 20 \times 400 \times 3 \text{ VA}$$

בדיקה: ריבוע ההספק המדומה שווה לסכום ריבועי ההספק הממשי וההיגבי.

$$P = 19.2 \text{ kW} ; Q = 14.4 \text{ kvar} ; S = 24 \text{ kVA}$$

שאלה 8 — מעגל טורי ותהודה

נתונים: $R = 4 \Omega$ · $L = 6.37\text{mH}$ · $C = 159\mu\text{F}$ · $U = 120\text{V}$ · $f = 200\text{Hz}$

סעיף א1 — חישוב הזרם

תחילה מחשבים את ההיגבים בתדר הנתון, ואז את העכבה הכוללת של המעגל הטורי:

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 200 \times 0.00637 \approx 8 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 200 \times 159 \times 10^{-6}} \approx 5 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{4^2 + (8 - 5)^2} = \sqrt{25} = 5 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{5}$$

$$I = 24 \text{ A}$$

סעיף א2 — המתחים על שלושת הרכיבים

$$U_R = I \cdot R = 24 \times 4 = 96 \text{ V}$$

$$U_L = I \cdot X_L = 24 \times 8 = 192 \text{ V}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 24 \times 5 = 120 \text{ V}$$

שימו לב: מתח המשרן גדול ממתח המקור — תופעה אפשרית במעגל טורי סמוך לתהודה, כי המתחים ההיגביים מנוגדים בפאזה ומבטלים זה את זה חלקית. בדיקה וקטורית: שורש של 96 בריבוע ועוד 72 בריבוע נותן בדיוק 120 V.

$$U_R = 96 \text{ V} ; U_L = 192 \text{ V} ; U_C = 120 \text{ V}$$

סעיף ב — תדר התהודה

בתהודה היגב המשרן שווה להיגב הקבל, והתדר מתקבל מנוסחת תומסון:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{0.00637 \times 159 \times 10^{-6}}}$$

$$L C \approx 1.0128 \times 10^{-6} \rightarrow \sqrt{L C} \approx 1.0064 \times 10^{-3}$$

$$f_0 \approx 158 \text{ Hz}$$

כדי להביא את המעגל לתהודה יש להנמיך את תדר המקור מ-200 Hz לכ-158 Hz. בתדר זה העכבה מזערית ושווה להתנגדות בלבד, והזרם מרבי.

$$f_0 \approx 158 \text{ Hz}$$

שאלה 9 — פישוט פונקציה בינארית ומימושה

$$\overline{A + \bar{A} \cdot C \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C} + B} = F(A,B,C) \text{ נתונים}$$

סעיף א — פישוט וביטוי במינימום משתנים

נפשט תחילה את הביטוי הפנימי שבתוך השלילה, צעד אחר צעד. לפי כלל הבליעה האיבר השלישי נבלע ברביעי, ולפי הכלל שבו איבר ועוד שלילתו כפול ביטוי שווים לאיבר ועוד הביטוי:

$$B \cdot \bar{C} + B = B$$

$$A + \bar{A} \cdot (C \cdot \bar{B}) = A + C \cdot \bar{B}$$

$$B + \bar{B} \cdot C = B + C$$

ולכן הביטוי הפנימי כולו מצטמצם לסכום שלושת המשתנים, ומפעילים עליו את השלילה החיצונית לפי דה-מורגן:

$$A + \bar{A} \cdot C \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C} + B = A + B + C$$

$$F = \overline{A + B + C} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

הפונקציה שווה אחת רק כאשר שלושת המשתנים שווים אפס — שלושה ליטרלים בלבד, וזהו המינימום.

$$F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = \overline{A + B + C}$$

סעיף ב — מימוש בשערים לוגיים

המימוש הפשוט ביותר הוא שער או-לא (NOR) בעל שלוש כניסות, שאליו מחוברים שלושת המשתנים ישירות. מימוש חלופי שקול: שלושה שערי לא (NOT), אחד לכל משתנה, ולאחריהם שער וגם (AND) בעל שלוש כניסות המקבל את שלוש היציאות ההפוכות.

$$F = \overline{A + B + C}$$

שאלה 10 — פונקציה בוליאנית מטבלת אמת

נתונים: פונקציה F של שלושה משתנים A, B, C נתונה בטבלת אמת — שווה אחת בשלוש שורות בלבד

סעיף א — כתיבת ביטוי מתוך הטבלה

הפונקציה שווה אחת בשלוש שורות: כאשר שלושת המשתנים אפס, כאשר רק B שווה אחת, וכאשר רק A שווה אחת. טבלת האמת:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

כותבים סכום של מכפלות (מינטרמים) עבור השורות שבהן הפונקציה שווה אחת:

$$F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

סעיף ב — פישוט באלגברה בוליאנית

מקבצים את שני האיברים הראשונים ומוציאים גורם משותף, ואז מוציאים גורם משותף מהביטוי שנותר ומפשטים לפי הכלל שבו איבר ועוד שלילתו כפול ביטוי שווים לאיבר ועוד הביטוי:

$$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = \bar{A} \cdot \bar{C} (\bar{B} + B) = \bar{A} \cdot \bar{C}$$

$$F = \bar{A} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = \bar{C} (\bar{A} + A \cdot \bar{B}) = \bar{C} (\bar{A} + \bar{B})$$

אפשר לרשום את התוצאה גם בצורה נוחה למימוש, לפי דה-מורגן:

$$F = \overline{A \cdot C + B \cdot C} = \overline{C \cdot A} \cdot \overline{B} = \overline{A} \cdot \overline{B} + C$$

$$F = \overline{A} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{C} = \overline{A \cdot B + C}$$

סעיף ג — מימוש בשערים לוגיים

המימוש החסכוני ביותר משתמש בשני שערים בלבד: שער וגם (AND) בעל שתי כניסות המקבל את A ו-B, ולאחריו שער או-לא (NOR) בעל שתי כניסות המקבל את יציאת שער הוגם ואת המשתנה C:

$$F = \overline{A \cdot B + C}$$

מימוש חלופי לפי הצורה המפושטת: שער לא-וגם (NAND) ל-A ו-B, שער לא (NOT) ל-C, ושער וגם (AND) המכפיל את שתי היציאות. אימות: הפונקציה שווה אחת רק כאשר C אפס וגם לא מתקיים ש-A ו-B שווים אחת בו-זמנית — בדיוק שלוש השורות שבטבלת האמת.