

הצעה לפתרון מלא — מערכות חשמל

בגרות · 2018 · שאלון 845381 · שאלות 1-10

✦ בנוי על ידי פהד גאנם ✦ 

על המסמך:  הצעה לפתרון מלא לשאלון 845381 — מערכות חשמל, מועד 2018. בשאלון עשר שאלות בשלושה פרקים, ועל הנבחן לענות על שתי שאלות מהפרק הראשון, שתיים מהפרק השני ואחת מהפרק השלישי. שאלות 1-4 בזרם ישר, 5-8 בזרם חילופין ובמגנטיות, 9-10 במערכות ספרתיות.

שאלה 1 — מעגל זרם ישר עם חמישה נגדים וארבעה מדי-זרם

נתונים: $U = 72V$ · $I_{A1} = 20 \text{ mA}$ · $I_{A2} = 10 \text{ mA}$ · $I_{A4} = 50 \text{ mA}$ · $U_{R4} = 20V$ · $U_{R5} = 60V$

מבנה המדידה: מד-הזרם A_4 מודד את זרם המקור, A_1 את הזרם בענף של R_5 , A_2 את הזרם דרך R_4 ו- A_3 את הזרם המתאחד החוזר דרך R_3 .

סעיף א — הזרמים לפי חוק הזרמים של קירכהוף

בצומת העליון זרם המקור מתפצל לענף של R_5 (הנמדד ב- A_1) ולענף של R_1 , ולכן הזרם דרך R_1 הוא הפרש הקריאות:

$$I_{R1} = I_{A4} - I_{A1} = 50 - 20 = 30 \text{ mA}$$

בצומת שמתחת ל- R_1 הזרם מתפצל לענף של R_4 (הנמדד ב- A_2) ולנגד R_2 :

$$I_{R2} = I_{R1} - I_{A2} = 30 - 10 = 20 \text{ mA}$$

דרך A_3 עוברים הזרמים החוזרים מ- R_4 ומ- R_5 המתאחדים בצומת התחתון:

$$I_{A3} = I_{A2} + I_{A1} = 10 + 20 = 30 \text{ mA}$$

$$I_{R1} = 30 \text{ mA} ; I_{R2} = 20 \text{ mA} ; I_{A3} = 30 \text{ mA}$$

סעיף ב — מפלי המתח לפי חוק המתחים של קירכהוף

הענף הטורי $R_1 + R_4$ מחובר במקביל לנגד R_5 (מדי-הזרם אידיאליים ואינם מפילים מתח), ולכן:

$$U_{R1} = U_{R5} - U_{R4} = 60 - 20 = 40 \text{ V}$$

הנגד R_2 מחובר במקביל לנגד R_4 דרך מדי-הזרם האידיאליים A_2 ו- A_3 :

$$U_{R2} = U_{R4} = 20 \text{ V}$$

בחוגה החיצונית מתח המקור שווה לסכום המתח על R_5 והמתח על R_3 :

$$U_{R3} = U - U_{R5} = 72 - 60 = 12 \text{ V}$$

$$U_{R1} = 40 \text{ V} ; U_{R2} = 20 \text{ V} ; U_{R3} = 12 \text{ V}$$

סעיף ג — ההתנגדויות לפי חוק אוהם

דרך R_3 עובר כל זרם המקור, שכן הוא נמצא בענף המשותף החוזר אל המקור, ולכן מחשבים אותו לפי הזרם I_{A4} :

$$R_1 = \frac{U_{R1}}{I_{R1}} = \frac{40}{30 \text{ mA}} = 1333.3 \text{ } \Omega \approx 1.33 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_{R2}} = \frac{20}{20 \text{ mA}} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = \frac{U_{R3}}{I_{A4}} = \frac{12}{50 \text{ mA}} = 240 \text{ } \Omega$$

$$R_4 = \frac{U_{R4}}{I_{A2}} = \frac{20}{10 \text{ mA}} = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = \frac{U_{R5}}{I_{A1}} = \frac{60}{20 \text{ mA}} = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 \approx 1.33 \text{ k}\Omega ; R_2 = 1 \text{ k}\Omega ; R_3 = 240 \text{ } \Omega ; R_4 = 2 \text{ k}\Omega ; R_5 = 3 \text{ k}\Omega$$

שאלה 2 — מוליך נחושת והשפעת הטמפרטורה

נתונים: $\alpha = 0.039 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ · $\rho = 0.018 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ · $S = 0.75 \text{ mm}^2$ · $R_{60} = 10 \text{ } \Omega$ · $U_V = 24\text{V}$

סעיף א — התנגדות המוליך בטמפרטורה של 20°C

נוסחת התלות של ההתנגדות בטמפרטורה, ביחס לטמפרטורת הייחוס 20°C , כאשר הפרש הטמפרטורות הוא $\Delta t = 40^{\circ}\text{C}$

$$R_{60} = R_{20}(1 + \alpha \Delta t)$$

$$R_{20} = \frac{R_{60}}{1 + \alpha \Delta t} = \frac{10}{1 + 0.039 \times 40} = \frac{10}{2.56} = 3.906 \text{ } \Omega$$

$$R_{20} \approx 3.91 \text{ } \Omega$$

סעיף ב — אורך המוליך

מבודדים את האורך מנוסחת ההתנגדות של מוליך:

$$R_{20} = \frac{\rho L}{S} \rightarrow L = \frac{R_{20} \cdot S}{\rho} = \frac{3.906 \times 0.75}{0.018} = 162.8 \text{ m}$$

$$L \approx 162.8 \text{ m}$$

סעיף ג — מתח המקור כאשר מד-המתח מורה 24V

בטמפרטורה של 20°C הנגדים $R_2 = 3 \text{ } \Omega$ ו- $R_3 = 6 \text{ } \Omega$ מחוברים במקביל, ומד-המתח מודד את המתח עליהם:

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \text{ } \Omega$$

הזרם הכללי במעגל לפי חוק אוהם:

$$I = \frac{U_V}{R_{23}} = \frac{24}{2} = 12 \text{ A}$$

מתח המקור שווה לסכום מפל המתח על המוליך והמתח על הנגדים:

$$U = I \cdot R_{20} + U_V = 12 \times 3.906 + 24 = 46.875 + 24 = 70.875 \text{ V}$$

$$U \approx 70.9 \text{ V}$$

שאלה 3 — משפט תבנין

נתונים: $U_1 = 14V$ · $U_2 = 6V$ · $R_1 = 4\text{ k}\Omega$ · $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ · $R_3 = 2\text{ k}\Omega$

מבנה המעגל: שני מקורות מתח ושלושה נגדים. המפסק S מחובר במקביל לנגד R_3 , והעומס R_L מחובר בין הנקודות A ו-B.

סעיף א — התנגדות תבנין כאשר S סגור

לחישוב התנגדות תבנין מקצרים את שני המקורות ומנתקים את העומס. כאשר S סגור הוא מקצר את R_3 , ולכן בין A ל-B נראית R_1 במקביל ל- R_2 :

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2\text{ k}\Omega$$

מעגל המדידה: מקצרים את U_1 ואת U_2 , מנתקים את העומס R_L , ומחברים אוהמטר בין A ל-B — המד יורה 2 kΩ.

$$R_{th} = 2\text{ k}\Omega$$

סעיף ב — מתח תבנין כאשר S סגור

מנתקים את העומס. בריקים אין זרם דרך הענף של R_3 (המקוצר על-ידי S), ולכן מתח תבנין שווה למתח בצומת המשותפת של R_1 ו- R_2 . בחוגה שנוצרת משני המקורות זרם אחד:

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2} = \frac{14 - 6}{8\text{ k}\Omega} = 1\text{ mA}$$

$$U_{th} = U_1 - I \cdot R_1 = 14 - 1\text{ mA} \times 4\text{ k}\Omega = 14 - 4 = 10\text{ V}$$

בדיקה מהצד השני: $10\text{ V} = 4 + 6$ ✓. מעגל המדידה: משאירים את שני המקורות במעגל, מנתקים את R_L , ומחברים מד-מתח בין A ל-B — המד יורה 10 V.

$$U_{th} = 10\text{ V}$$

סעיף ג — פתיחת המפסק S

כאשר S פתוח, R_3 כבר אינו מקוצר ומתווסף בטור להתנגדות תבנית:

$$R_{th}' = (R_1 \parallel R_2) + R_3 = 2 + 2 = 4 \text{ k}\Omega$$

מתח תבנית נמדד בריקם: כאשר העומס מנותק אין זרם דרך R_3 , ולכן אין עליו מפל מתח והמתח בין A ל-B נשאר כשהיה.

$$R_{th}' = 4 \text{ k}\Omega ; U_{th} = 10 \text{ V (ללא שינוי)}$$

שאלה 4 — מעגל קבלים

נתונים: $E = 100V$ · $C_1 = 10\mu F$ · $C_3 = 4\mu F$ · $C_4 = 7\mu F$ · $C_5 = 3\mu F$ · $C_6 = 10\mu F$ · $U_{C6} = 25V$

מבנה המעגל: שרשרת טורית של ארבעה מקטעים — הקבל C_1 , הצירוף המקבילי של C_2 ו- C_3 , הצירוף המקבילי של C_4 ו- C_5 , והקבל C_6 . 

סעיף א — המטען האגור בקבל C_6

$$Q_6 = C_6 \cdot U_{C6} = 10 \times 10^{-6} \times 25 = 250 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_6 = 250 \text{ } \mu\text{C}$$

סעיף ב — קיבולו של הקבל C_2

בחיבור טורי המטען על כל מקטע שווה:

$$Q = Q_6 = 250 \text{ } \mu\text{C}$$

$$U_{C1} = \frac{Q}{C_1} = \frac{250}{10} = 25 \text{ V}$$

$$C_{45} = C_4 + C_5 = 7 + 3 = 10 \text{ } \mu\text{F} ; \quad U_{45} = \frac{Q}{C_{45}} = \frac{250}{10} = 25 \text{ V}$$

לפי חוק המתחים, המתח על הצירוף המקבילי של C_2 ו- C_3 :

$$U_{23} = E - U_{C1} - U_{45} - U_{C6} = 100 - 25 - 25 - 25 = 25 \text{ V}$$

$$C_{23} = \frac{Q}{U_{23}} = \frac{250}{25} = 10 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_2 = C_{23} - C_3 = 10 - 4 = 6 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_2 = 6 \text{ } \mu\text{F}$$

סעיף ג — שטח החתך של לוח הקבל C_6

נתונים נוספים: עובי הדיאלקטרי $d = 3.3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, הקבוע הדיאלקטרי היחסי $\epsilon_r = 5$ והמקדם $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

$$C_6 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d} \rightarrow A = \frac{C_6 \cdot d}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{10 \times 10^{-6} \times 3.3 \times 10^{-7}}{8.85 \times 10^{-12} \times 5} = 0.0746 \text{ m}^2$$

$$A \approx 0.0746 \text{ m}^2 = 746 \text{ cm}^2$$

סעיף ד — נכון או לא נכון

1. **נכון.** הקיבול נתון בקשר $C = \frac{\epsilon A}{d}$, ולכן שטח הלוחות משפיע ישירות על גודל הקיבול — ככל שהשטח גדול יותר, הקיבול גדול יותר.

2. **נכון.** בחיבור מקבילי הקיבולים מתחברים (הקיבול השקול שווה לסכום כל הקיבולים), ולכן כל קבל שמתווסף במקביל מגדיל את הקיבול השקול.

3. **לא נכון.** עבור מטען נתון מתקיים $u = \frac{Q}{C}$, כלומר הפרש הפוטנציאלים נמצא ביחס הפוך לקיבול הקבל, ולא ביחס ישר.

שאלה 5 — מעגל מגנטי: טבעת פלדה עם חריץ אוויר

נתונים: $\mu_r = 850$, $d = 1 \text{ cm}$, $B = 2 \text{ Wb/m}^2$, $N = 650$, $I = 1 \text{ A}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

סעיף א — האורך הממוצע של טבעת הפלדה

עוצמת השדה המגנטי בפלדה מתקבלת מצפיפות השטף:

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{2}{4\pi \times 10^{-7} \times 850} = 1872.4 \text{ A/m}$$

לפי חוק אמפר, הכוח המגנטו-מניע שווה למכפלת עוצמת השדה באורך המסלול:

$$N I = H l \rightarrow l = \frac{N I}{H} = \frac{650 \times 1}{1872.4} = 0.347 \text{ m}$$

$$l \approx 0.347 \text{ m} = 34.7 \text{ cm}$$

סעיף ב — המיאון של המעגל המגנטי הכולל חריץ אוויר

שטח החתך של הטבעת:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0.01)^2}{4} = 7.854 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

אורך מסלול הברזל לאחר יצירת חריץ אוויר באורך $l_g = 1.5 \text{ mm}$:

$$l_{fe} = l - l_g = 0.347 - 0.0015 = 0.3456 \text{ m}$$

מיאון מקטע הברזל:

$$R_{m,fe} = \frac{l_{fe}}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0.3456}{4\pi \times 10^{-7} \times 850 \times 7.854 \times 10^{-5}} = 4.12 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

מיאון חריץ האוויר:

$$R_{m,g} = \frac{l_g}{\mu_0 A} = \frac{0.0015}{4\pi \times 10^{-7} \times 7.854 \times 10^{-5}} = 15.2 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

המיאון הכולל הוא סכום שני המיאונים (חיבור טורי במעגל המגנטי):

$$R_m = R_{m,fe} + R_{m,g} = (4.12 + 15.2) \times 10^6 = 1.93 \times 10^7 \text{ A/Wb}$$

$$R_m \approx 1.93 \times 10^7 \text{ A/Wb}$$

סעיף ג — השטף המגנטי במעגל הכולל חריץ אוויר

לפי חוק אוהם המגנטי, השטף שווה לכוח המגנטו-מניע חלקי המיאון:

$$\Phi = \frac{N I}{R_m} = \frac{650}{1.93 \times 10^7} = 3.36 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\Phi \approx 3.36 \times 10^{-5} \text{ Wb} = 33.6 \text{ } \mu\text{Wb}$$

סעיף ד — השראות הסליל

$$L = \frac{N \Phi}{I} = \frac{650 \times 3.36 \times 10^{-5}}{1} = 0.0219 \text{ H}$$

$$L \approx 21.9 \text{ mH}$$

שאלה 6 — מעגל RLC מקבילי

$$e(t) = 35.4 \sin(314t) \text{ V} \cdot R = 22 \Omega \cdot X_L = 10 \Omega \cdot X_C = 5 \Omega \text{ נתונים:}$$

הערך האפקטיבי של מתח המקור והתדירות מתקבלים מגודל המקור ומהתדר הזוויתי:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{35.4}{1.414} = 25 \text{ V} ; \quad \omega = 314 \text{ rad/s} ; \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

סעיף א1 — קיבול הקבל

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \times 5} = 637 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$C \approx 637 \text{ } \mu\text{F}$$

סעיף א2 — השראות הסליל

$$X_L = \omega L \rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{314} = 0.0318 \text{ H}$$

$$L \approx 31.8 \text{ mH}$$

סעיף א3 — העכבה השקולה

במעגל מקבילי נוח לחשב דרך ההולכה השקולה. הרכיב הממשי נובע מהנגד, והרכיב ההיגבי מההפרש בין הקבל לסליל:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} = \sqrt{(0.0455)^2 + (0.1)^2} = 0.1099 \text{ S}$$

$$Z = 9.1 \text{ } \Omega$$

$$Z \approx 9.1 \Omega$$

סעיף ב1 — הזרמים בענפים

$$I_L = \frac{E}{X_L} = \frac{25}{10} = 2.5 \text{ A}$$

$$I_R = \frac{E}{R} = \frac{25}{22} = 1.14 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{E}{X_C} = \frac{25}{5} = 5 \text{ A}$$

$$I_L = 2.5 \text{ A} ; I_R \approx 1.14 \text{ A} ; I_C = 5 \text{ A}$$

סעיף ב2 — זרם המקור וביטוי כפונקציה של הזמן

זרם הקבל מקדים את המתח ב- 90° וזרם הסליל מפגר אחריו ב- 90° , ולכן הם מחסרים זה את זה; זרם הנגד בפאזה עם המתח:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{(1.14)^2 + (5 - 2.5)^2} = \sqrt{1.29 + 6.25} = 2.75 \text{ A}$$

זווית המופע של זרם המקור ביחס למתח:

$$\tan \phi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{2.5}{1.14} \rightarrow \phi = 65.6^\circ$$

הזרם מקדים את המתח (אופי המעגל קיבולי). הערך המרבי של הזרם:

$$I_m = I \sqrt{2} = 2.75 \times 1.414 = 3.88 \text{ A}$$

$$i(t) = 3.88 \sin(314t + 65.6^\circ) \text{ A} ; 2.75 \text{ A } 65.6^\circ \text{ ב- המתח}$$

סעיף ג1 — סרטוט אות הזרם מתחת לאות המתח

יש להעתיק את גרף המתח (ערך מרבי 35.4 V, מחזור 0.02 s) ולסרטט מתחתיו את גל הזרם: סינוס בעל ערך מרבי 3.88 A, המקדים את המתח ב- 65.6° — כלומר גל הזרם חוצה את האפס בעלייה כ-3.6 מילי-שניות לפני גל המתח. יש לציין על הסרטוט את הערך המרבי 3.88 A.

סעיף ג2 — מיקום מכשירי המדידה

כדי לקבל את האותות שסורטטו יש לחבר מד-מתח מסוג AC במקביל להדקי המקור, ומד-זרם מסוג AC בטור לענף המקור (לפני ההתפצלות לשלושת הענפים), כך שהוא מודד את זרם המקור הכללי.

שאלה 7 — מעגל RLC טורי ושיפור מקדם הספק

נתונים: $u(t) = 250\sin(\omega t) \text{ V}$ · $f = 100 \text{ Hz}$ · $R = 25 \Omega$ · $L = 0.15 \text{ H}$ · $C_1 = 30\mu\text{F}$

מבנה המעגל: ענף טורי הכולל נגד, סליל וקבל C_1 ; במקביל לענף זה מחובר ענף ובו קבל C_2 בטור עם המפסק S. 💡

חישובי עזר:

$$\omega = 2\pi f = 628.3 \text{ rad/s} ; U = \frac{250}{\sqrt{2}} = 176.8 \text{ V}$$

$$X_L = \omega L = 628.3 \times 0.15 = 94.25 \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{628.3 \times 30 \times 10^{-6}} = 53.05 \Omega$$

סעיף א — עכבת המעגל ואופיו (S פתוח)

$$X = X_L - X_{C1} = 94.25 - 53.05 = 41.2 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{25^2 + 41.2^2} = \sqrt{625 + 1697} = 48.2 \Omega$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) = \arctan\left(\frac{41.2}{25}\right) = 58.8^\circ$$

ההיגב ההשראותי גדול מההיגב הקיבולי, ולכן אופי המעגל השראותי והזרם מפגר אחרי המתח.

$$Z \approx 48.2 \Omega ; \text{ אופי המעגל השראותי}$$

סעיף ב1 — ההספק הפעיל, ההיגבי והמדומה

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{176.8}{48.2} = 3.67 \text{ A}$$

$$P = I^2 R = 3.67^2 \times 25 = 336 \text{ W}$$

$$Q = I^2 X = 3.67^2 \times 41.2 = 554 \text{ var}$$

$$S = U I = 176.8 \times 3.67 = 648.5 \text{ VA}$$

$$P \approx 336 \text{ W} ; Q \approx 554 \text{ var} ; S \approx 648.5 \text{ VA}$$

סעיף ב2 — מקדם ההספק

$$\cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{336.4}{648.5} = 0.52$$

$$\cos \phi \approx 0.52$$

סעיף ב3 — משולש ההספקים

יש לסרטט משולש ישר-זווית: הניצב האופקי מייצג את ההספק הפעיל P בגודל 336 W, הניצב האנכי (כלפי מעלה, מעגל השראותי) מייצג את ההספק ההיגבי Q בגודל 554 var, והיתר מייצג את ההספק המדומה S בגודל 648.5 VA. הזווית שבין P ל- S היא 58.8° .

סעיף ג — קיבול הקבל C_2 הנדרש למקדם הספק 0.8 (סגור)

הקבל C_2 מספק הספק היגבי קיבולי המקטין את ההספק ההיגבי הכולל. ההספק ההיגבי שעל הקבל לספק:

$$\tan \phi_1 = \frac{41.2}{25} = 1.648 ; \cos \phi_1 = 0.52$$

$$\cos \phi_2 = 0.8 \rightarrow \tan \phi_2 = 0.75$$

$$Q_C = P(\tan \phi_1 - \tan \phi_2) = 336.4(1.648 - 0.75) = 302 \text{ var}$$

הקבל מחובר ישירות למתח המקור, ולכן:

$$Q_c = U^2 \omega C_2 \rightarrow C_2 = \frac{Q_c}{\omega U^2} = \frac{302}{628.3 \times 176.8^2} = 15.4 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$C_2 \approx 15.4 \text{ } \mu\text{F}$$

שאלה 8 — רשת תלת-מופעית עם שני עומסים

נתונים: U (קווי) $= (4 + j6) \Omega = Z_A$ $f = 50 \text{ Hz}$ 120 V (כוכב) $Z_B = 9 \Omega$ (משולש)

מתח המופע של חיבור הכוכב:

$$U(\text{מופע}) = \frac{U(\text{קווי})}{\sqrt{3}} = \frac{120}{1.732} = 69.3 \text{ V}$$

סעיף א — הזרמים בצורה מרוכבת

זרם הקו של עומס A (בכוכב זרם הקו שווה לזרם המופע), כאשר מתח המופע נבחר כייחוס:

$$Z_A = 4 + j6 = 7.21 \angle 56.3^\circ \Omega$$

$$I_A = \frac{U(\text{מופע})}{Z_A} = \frac{69.3 \angle 0^\circ}{7.21 \angle 56.3^\circ} = 9.61 \angle -56.3^\circ \text{ A} = (5.33 - j7.99) \text{ A}$$

עומס B מחובר במשולש; לחישוב נוח ממירים אותו לכוכב שקול:

$$Z_{BY} = \frac{Z_B}{3} = \frac{9}{3} = 3 \Omega$$

$$I_B = \frac{U(\text{מופע})}{Z_{BY}} = \frac{69.3}{3} = 23.1 \angle 0^\circ \text{ A}$$

זרם הקו הכללי הוא הסכום המרוכב של שני הזרמים:

$$I = I_A + I_B = (5.33 - j7.99) + 23.1 = (28.4 - j7.99) \text{ A} = 29.5 \angle -15.7^\circ \text{ A}$$

זרם המופע במשולש: בתוך המשולש זרם המופע הוא 13.33 A , וזרם הקו גדול ממנו פי $\frac{120}{9}$



שורש שלוש.

$$I_A = 9.61 \angle -56.3^\circ \text{ A} ; I_B = 23.1 \angle 0^\circ \text{ A} ; I = 29.5 \angle -15.7^\circ \text{ A}$$

סעיף ב — ההספק המדומה של כל עומס (בצורה מרוכבת)

עומס A — בעזרת הזרם והעכבה של כל מופע:

$$S_A = 3 I_A^2 Z_A = 3 \times 9.61^2 \times (4 + j6) = (1108 + j1662) \text{ VA} = 1997 \angle 56.3^\circ \text{ VA}$$

עומס B — עומס ממשי טהור (התנגדותי):

$$S_B = 3 U(\text{מופעי}) I_B = 3 \times 69.3 \times 23.1 = 4800 \text{ VA}$$

$$S_A = (1108 + j1662) \text{ VA} ; S_B = 4800 \text{ VA}$$

סעיף ג1 — ההספק הנמסר לעומסים על-ידי הרשת

$$S = S_A + S_B = (1108 + 4800) + j1662 = (5908 + j1662) \text{ VA}$$

$$S = \sqrt{5908^2 + 1662^2} = 6137 \text{ VA}$$

$$P = 5908 \text{ W} ; Q = 1662 \text{ var} ; S \approx 6137 \text{ VA} (0.96 \text{ הספק})$$

סעיף ג2 — משולש ההספקים של הרשת

יש לסרטט משולש ישר-זוויתי: ניצב אופקי P בגודל 5908 W, ניצב אנכי Q בגודל 1662 var (כלפי מעלה — אופי השראותי), ויתר S בגודל 6137 VA. הזווית בין P ל-S היא כ-15.7°.

סעיף ד — שינוי חיבור העומס B ממשולש לכוכב

בחיבור כוכב כל עכבה של עומס B מקבלת את מתח המופע (V 69.3) במקום את מתח הקו (V 120):

$$P_{B,Y} = \frac{3 U(\text{מופעי})^2}{Z_B} = \frac{3 \times 69.3^2}{9} = 1600 \text{ W}$$

$$\frac{P_{B,\Delta}}{P_{B,Y}} = \frac{4800}{1600} = 3$$

במעבר ממשולש לכוכב ההספק שצורך עומס B קטן פי שלושה (מ-W 4800 ל-W 1600), ולכן ההספק הפעיל הכולל שמוסרת הרשת יורד מ-W 5908 לכ-W 2708.

$$P_{B,Y} = 1600 \text{ W} ; 2708 \text{ W}$$

שאלה 9 — מערכי שערים לוגיים

נתונים: מערך ראשון — שער NAND (כניסות A, B) ושער NOR (כניסות B, C) המוזנים לשער AND · מערך שני — שער NOR (כניסות B, C)

סעיף א1 — הביטויים במוצאי המערכים

במערך הראשון השער העליון הוא NAND שכניסותיו A ו-B, השער התחתון הוא NOR שכניסותיו B ו-C, ומוצאיהם נכנסים לשער AND. במערך השני שער NOR שכניסותיו B ו-C:

$$X_1 = \overline{A \cdot B \cdot B + C}$$

$$X_2 = \overline{B + C}$$

סעיף א2 — הוכחת הזהות בין X_1 ל- X_2

נפתח את הביטוי של X_1 בעזרת כללי דה-מורגן והאלגברה הבוליאנית:

$$X_1 = \overline{A \cdot B \cdot B + C} = (\overline{A+B})(\overline{B \cdot C})$$

$$X_1 = \overline{A \cdot B \cdot C + B \cdot B \cdot C} = \overline{A \cdot B \cdot C + B \cdot C}$$

$$X_1 = \overline{B \cdot C(A + 1)} = \overline{B \cdot C}$$

$$X_2 = \overline{B + C} = \overline{B \cdot C}$$

$$X_1 = X_2 = \overline{B \cdot C} \text{ — קיימת זהות בין הביטויים}$$

סעיף ב1 — הביטויים במוצאי השערים x ו-y

השער הראשון הוא NAND בעל שלוש כניסות והשני NOR בעל שלוש כניסות. לפי כללי דה-מורגן:

$$x = \overline{A \cdot B \cdot C} = \overline{A+B+C}$$

$$y = \overline{A + B + C} = \overline{A \cdot B \cdot C}$$

$$x = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} ; y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

סעיף ב2 — האם הביטויים שקולים כאשר $C = 1$

נציב $C = 1$ (ולכן $\overline{C} = 0$) בשני הביטויים:

$$x = \bar{A} + \bar{B} + 0 = \bar{A} + \bar{B}$$

$$y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot 0 = 0$$

הביטויים אינם שקולים: y מתאפס תמיד כאשר C שווה אחד, ואילו x שווה אחד בכל מקרה שבו לפחות אחת מהכניסות A או B שווה אפס. לדוגמה, עבור $A = 0$ ו- $B = 0$ מתקבל $x = 1$ בעוד $y = 0$.

הביטויים אינם שקולים ; $y(C=1) = 0 \neq \bar{A} + \bar{B} = x(C=1)$ — לא

שאלה 10 — מפת קרנו, פישוט ומימוש

נתונים: פונקציה F של שלושה משתנים A, B (שורות) ו-C (עמודות), נתונה במפת קרנו

סעיף א — טבלת האמת של הפונקציה F

הפונקציה שווה אחד בשש שורות, ושווה אפס רק בצירופים 010 ו-111:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

סעיף ב — פישוט הפונקציה במפת קרנו

קיבוצים במפה: ארבע המשבצות של השורות שבהן B שווה אפס יוצרות קיבוץ רביעייה שתוצאתו $\overline{B}$; המשבצות 001 ו-011 יוצרות זוג שתוצאתו $\overline{A} \cdot C$; המשבצות 100 ו-110 יוצרות זוג שתוצאתו $A \cdot \overline{C}$.

$$F = \overline{B} + \overline{A} \cdot C + A \cdot \overline{C}$$

אפשר לרשום את הביטוי גם בעזרת שער XOR, שכן שני הזוגות יחד יוצרים את פונקציית ה-XOR של A ו-C:

$$F = \overline{B} + (A \oplus C)$$

$$F = \overline{B} + \overline{A} \cdot C + A \cdot \overline{C} = \overline{B} + (A \oplus C)$$

סעיף ג — מימוש הפונקציה בעזרת הרכיבים שבנספח

למימוש בצורה $F = \overline{B} + (A \oplus C)$ נדרשים שלושה רכיבים מהנספח: רכיב 7404 (מהפכים), רכיב 7486 (שערי XOR) ורכיב 7432 (שערי OR). אופן החיבור:

1. מחברים את הכניסה B להדק 1 של הרכיב 7404; המוצא בהדק 2 נותן את $\overline{B}$.
2. מחברים את הכניסה A להדק 1 ואת הכניסה C להדק 2 של הרכיב 7486; המוצא בהדק 3 נותן את $A \oplus C$.
3. מחברים את המוצא $\overline{B}$ (הדק 2 של הרכיב 7404) להדק 1 של הרכיב 7432, ואת המוצא $A \oplus C$ (הדק 3 של הרכיב 7486) להדק 2 של הרכיב 7432; במוצא בהדק 3 מתקבלת הפונקציה F.
4. בכל אחד משלושת הרכיבים מחברים את הדק 14 (VCC) למתח ההזנה החיובי של 5V, ואת הדק 7 (GND) לאדמה. אין להשאיר כניסות שאינן בשימוש צפות.

כמפורט VCC-GND ו- VCC המימוש דורש את הרכיבים 7404, 7486 ו-7432 כולל חיבורי