

הצעה לפתרון מלא — מערכות חשמל

בגרות · קיץ תשע"ז 2017 · שאלון 845381 · שאלות 1–10

✦ בנוי על ידי פהד גאנץ ✦

על המסמך: הצעה לפתרון מלא לשאלון 845381 — מערכות חשמל, בגרות קיץ תשע"ז 2017. במבחן המקורי נדרש הנבחן לענות על שתי שאלות מהפרק הראשון, שתי שאלות מהפרק השני ושאלה אחת מהפרק השלישי; במסמך זה נפתרו כל עשר השאלות במלואן. השאלון בנוי משלושה פרקים: תורת החשמל (שאלות 1–4), זרם חילופין (שאלות 5–8) ומערכות ספרתיות (שאלות 9–10).

שאלה 1 — משפט תבנין

נתונים: $E = 80V$ · $R_1 = R_2 = R_3 = 12k\Omega$ · R_L מחובר בין A ל-B

מבנה המעגל: הנגד R_1 מחובר בין המקור לצומת A, והנגדים R_2 ו- R_3 מחוברים בטור זה לזה ויוצרים ענף שני בין הצומת A להדק B. נגד העומס R_L מחובר בין ההדקים A ו-B.

סעיף א — מעגל תבנין שקול עבור R_L

לפי משפט תבנין, כל רשת ליניארית הנראית משני הדקים ניתנת להחלפה במקור מתח שקול אחד בטור עם נגד שקול אחד. מעגל התבנין השקול הוא מקור מתח U_{th} בטור עם התנגדות פנימית R_{th} , וההדקים A-B שאליהם מתחבר נגד העומס R_L .

סעיף ב — התנגדות תבנין R_{th}

מנתקים את R_L , מקצרים את מקור המתח E ומחשבים את ההתנגדות הנראית מההדקים A-B. במצב זה R_1 מקביל לצירוף הטורי $R_2 + R_3$:

$$R_{th} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12000 \times 24000}{36000} = 8000 \Omega$$

$$R_{th} = 8 \text{ k}\Omega$$

סעיף ג — מתח תבנין U_{th}

מנתקים את R_L ומחשבים את המתח בין A ל-B בריקים. המתח על ההדקים הוא המתח על הצירוף הטורי $R_2 + R_3$ לפי כלל מחלק המתח:

$$U_{th} = E \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 80 \times \frac{24000}{36000} = 53.33 \text{ V}$$

$$U_{th} \approx 53.33 \text{ V}$$

סעיף ד — הזרם דרך R_L כאשר $R_L = 5 \text{ k}\Omega$

מחברים את R_L להדקי מעגל התבנין השקול ומחשבים את הזרם בחוג:

$$I_L = \frac{U_{th}}{R_{th} + R_L} = \frac{53.33}{8000 + 5000} = \frac{53.33}{13000} = 0.0041 \text{ A}$$

$$I_L \approx 4.1 \text{ mA}$$

שאלה 2 — מעגל זרם ישר עם מפסקים

נתונים: $E = 40V$ · $R_1 = 5 \Omega$ · $R_2 = 50 \Omega$ · $R_3 = 12.5 \Omega$ · $R_4 = 37.5 \Omega$ · $R_5 = 10 \Omega$ · $R_6 = 40 \Omega$ · $R_7 = 25 \Omega$

מבנה המעגל: בין הצמתים B ו-C שני ענפים מקבילים — $R_5 + R_6$ בטור וכן $R_3 + R_4$ בטור. הנגד R_2 מחובר בין A ל-B, הנגד R_7 מחובר דרך המפסק S_1 בין A ל-C, והמפסק S_2 נמצא בין R_1 לצומת A. הצומת C מוארק ומחובר להדק השני של המקור.

סעיף א — המפסקים S_1 ו- S_2 פתוחים

ההתנגדות בין B ל-C היא צירוף מקבילי של שני הענפים הטוריים:

$$R_{BC} = \frac{(R_5 + R_6) \cdot (R_3 + R_4)}{(R_5 + R_6) + (R_3 + R_4)} = \frac{50 \times 50}{100} = 25 \Omega$$

ההתנגדות בין A ל-C היא R_2 בטור עם הצירוף שבין B ל-C, שכן ענף R_7 מנותק כאשר S_1 פתוח:

$$R_{AC} = R_2 + R_{BC} = 50 + 25 = 75 \Omega$$

$$R_{BC} = 25 \Omega ; R_{AC} = 75 \Omega$$

סעיף ב — ההתנגדות שרואה המקור כאשר S_1 ו- S_2 סגורים

כאשר שני המפסקים סגורים, בין A ל-C מחוברים במקביל הענף $R_2 + R_{BC} = 75 \Omega$ והנגד $R_7 = 25 \Omega$, וכל זה בטור עם R_1 :

$$R_{AC} = \frac{75 \times 25}{75 + 25} = 18.75 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + 18.75 = 5 + 18.75 = 23.75 \Omega$$

$$R_{eq} = 23.75 \Omega$$

סעיף ג — הפוטנציאל בנקודה A

מחשבים את הזרם הכללי שמספק המקור, ומפחיתים ממתח המקור את מפל המתח על R_1 . הפוטנציאל נמדד ביחס לצומת C המוארק:

$$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{40}{23.75} = 1.684 \text{ A}$$

$$V_A = E - I \cdot R_1 = 40 - 1.684 \times 5 = 31.58 \text{ V}$$

$$V_A \approx 31.6 \text{ V}$$

סעיף ד — ההספק בנגד R_1

$$P(R_1) = I^2 \cdot R_1 = 1.684^2 \times 5 = 14.18 \text{ W}$$

$$P(R_1) \approx 14.2 \text{ W}$$

שאלה 3 — מעגל קבלים

נתונים: 6 קבלים זהים $\cdot d = 1\text{cm} = 0.01\text{m}$ $\cdot A = 0.5\text{ m}^2$ $\cdot \epsilon_r = 5$

מבנה המעגל: בצד שמאל שני קבלים בטור המחוברים ישירות על המקור. בצד ימין ענף טורי — קבל עליון שעליו מחובר וולטמטר, ובטור אליו צירוף מקבילי של שני קבלים בטור יחד עם קבל בודד.

סעיף א — הקיבול של כל קבל

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 5 \times 0.5}{0.01} = 2.21 \times 10^{-9}\text{F}$$

$$C \approx 2.21 \text{ nF}$$

סעיף ב — הקיבול השקול של המעגל

בענף השמאלי שני קבלים זהים בטור. בענף הימני שני הקבלים הטוריים נותנים $C/2$, ובמקביל אליהם קבל בודד C , והצירוף מחובר בטור לקבל העליון:

$$C_1 = \frac{C}{2} = 0.5C$$

$$C_2 = \frac{C}{2} + C = 1.5C$$

$$C_3 = \frac{C \times 1.5C}{C + 1.5C} = \frac{1.5C^2}{2.5C} = 0.6C$$

$$C_{eq} = 0.5C + 0.6C = 1.1C = 1.1 \times 2.21 = 2.43 \text{ nF}$$

$$C_{eq} \approx 2.43 \text{ nF}$$

סעיף ג — מתח המקור E כאשר הוולטמטר מראה 30V

הוולטמטר מודד את המתח על הקבל העליון בענף הימני. בענף טורי המטען הזה בשני חלקי הענף:

$$Q = C \times 30 = 30C$$

$$U_2 = \frac{Q}{1.5C} = \frac{30C}{1.5C} = 20 \text{ V}$$

$$E = 30 + 20 = 50 \text{ V}$$

$$\mathbf{E = 50 \text{ V}}$$

שאלה 4 — רשת תלת-מופעית

נתונים: U (קווי) = $400V \cdot f = 50Hz$ · מנוע $\cos \phi = 0.8$ $P = 15kW$ השראותי · גוף חימום $R = 35 \Omega$ בכוכב · קבלים $C = 40\mu F$ במשולש

סעיף א — הזרמים I_1 ו- I_2

זרם המנוע נקבע מהספקו כעומס תלת-מופע:

$$I_1 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U(\text{קווי}) \cdot \cos \phi} = \frac{15000}{1.732 \times 400 \times 0.8} = 27.06 \text{ A}$$

גוף החימום מחובר בכוכב, ולכן על כל נגד שורר המתח המופעי, וזרם הקו שווה לזרם המופעי:

$$U(\text{מופע}) = \frac{U(\text{קווי})}{\sqrt{3}} = \frac{400}{1.732} = 230.9 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{U(\text{מופע})}{R} = \frac{230.9}{35} = 6.6 \text{ A}$$

$$I_1 \approx 27.1 \text{ A} ; I_2 \approx 6.6 \text{ A}$$

סעיף ב — קריאת האמפרמטרים A_1 ו- A_2

הקבלים מחוברים במשולש, ולכן על כל קבל שורר המתח הקווי, והאמפרמטרים מודדים זרם קו:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 40 \times 10^{-6}} = 79.58 \Omega$$

$$I(\text{מופע}) = \frac{U(\text{קווי})}{X_C} = \frac{400}{79.58} = 5.03 \text{ A}$$

$$I(\text{קווי}) = \sqrt{3} \cdot I(\text{מופע}) = 8.71 = 5.03 \times 1.732 \text{ A}$$

$$A_1 = A_2 \approx 8.7 \text{ A}$$

סעיף ג — הזרם I_4 בקו ההזנה

מחברים את ההספקים של כל העומסים. תחילה ההספק הפעיל הכולל:

$$P(\text{חימום}) = \frac{3 \cdot U(\text{מופע})^2}{R} = \frac{3 \times 230.9^2}{35} = 4571 \text{ W}$$

$$P = 15000 + 4571 = 19571 \text{ W}$$

המנוע צורך הספק היגבי השראותי, הקבלים מספקים הספק היגבי קיבולי, וגוף החימום אינו צורך הספק היגבי:

$$Q(\text{מנוע}) = P \cdot \tan \phi = 15000 \times 0.75 = 11250 \text{ var}$$

$$Q(\text{קבלים}) = \frac{3 \cdot U(\text{קווי})^2}{X_c} = \frac{3 \times 400^2}{79.58} = 6032 \text{ var}$$

$$Q = 11250 - 6032 = 5218 \text{ var}$$

ההספק המדומה והזרם בקו ההזנה:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{19571^2 + 5218^2} = 20255 \text{ VA}$$

$$I_4 = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U(\text{קווי})} = \frac{20255}{1.732 \times 400} = 29.24 \text{ A}$$

$$I_4 \approx 29.2 \text{ A}$$

סעיף ד — מקדם ההספק וההספקים של הרשת

$$\cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{19571}{20255} = 0.966$$

$$\cos \phi \approx 0.97 \text{ (השראותי)} ; P \approx 19.57 \text{ kW} ; Q \approx 5.22 \text{ kvar (השראותי)} ; S \approx 20.26 \text{ kVA}$$

פרק שני — זרם חילופין

שאלה 5 — מעגל RLC טורי בזרם חילופין

נתונים: $U_R = 3V$, $U_L = 12V$, $U_C = 8V$, $I = 2A$, $f = 50Hz$

סעיף א — מתח המקור U

במעגל טורי המתח על המשרן מקדים את הזרם ב- 90° והמתח על הקבל מפגר אחריו ב- 90° , ולכן הם מחוסרים זה מזה, וההפרש מחובר וקטורית למתח על הנגד:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{3^2 + (12 - 8)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ V}$$

$$U = 5 \text{ V}$$

סעיף ב — התנגדות הנגד, השראות המשרן וקיבול הקבל

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ } \Omega$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} = \frac{12}{2} = 6 \text{ } \Omega \rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6}{314.16} = 0.0191 \text{ H}$$

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{8}{2} = 4 \text{ } \Omega \rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{314.16 \times 4} = 7.96 \times 10^{-4} \text{ F}$$

$$R = 1.5 \text{ } \Omega ; L \approx 19.1 \text{ mH} ; C \approx 796 \text{ } \mu\text{F}$$

סעיף ג — דיאגרמה פאזורית של המתחים

מסרטטים את פאזור הזרם I כציר הייחוס האופקי. המתח U_R בפאזה עם הזרם, המתח U_L מקדים אותו ב- 90° כלפי מעלה, והמתח U_C מפגר אחריו ב- 90° כלפי מטה. ההפרש $U_L - U_C$ מצביע כלפי מעלה, ומתח המקור הוא היתר של משולש שניצביו $3V$ ו- $4V$:

$$\phi = \arctan\left(\frac{U_L - U_C}{U_R}\right) = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) = 53.13^\circ$$

המעגל השראותי — הזרם מפגר אחרי מתח המקור בזווית של כ-53°.

$$\phi = 53.13^\circ \text{ (המעגל השראותי)}$$

סעיף ד — הספקים ומשולש ההספקים

ההספק בכל אחד ממרכיבי המעגל:

$$P(R) = U_R \cdot I = 3 \times 2 = 6 \text{ W}$$

$$Q(L) = U_L \cdot I = 12 \times 2 = 24 \text{ var}$$

$$Q(C) = U_C \cdot I = 8 \times 2 = 16 \text{ var}$$

הניצב האופקי במשולש ההספקים הוא ההספק הפעיל, הניצב האנכי הוא ההספק ההיגבי השקול, והיתר הוא ההספק המדומה:

$$Q = Q(L) - Q(C) = 24 - 16 = 8 \text{ var}$$

$$S = U \cdot I = 5 \times 2 = 10 \text{ VA}$$

$$S = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ VA} \quad \checkmark$$

$$P = 6 \text{ W} ; Q = 8 \text{ var} ; S = 10 \text{ VA}$$

שאלה 6 — מעגל RLC טורי בתהודה

נתונים: $BW = 1\text{kHz}$ · $Q_0 = 10$ · $U = 250\text{V}$ · $L = 500\text{mH} = 0.5\text{H}$

סעיף א — התדירות הזוויתית בתהודה

$$f_0 = BW \cdot Q_0 = 1000 \times 10 = 10000 \text{ Hz}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 10000 = 62832 \text{ rad/s}$$

$$f_0 = 10 \text{ kHz} ; \omega_0 \approx 62832 \text{ rad/s}$$

סעיף ב — המתחים U_L ו- U_C

בתהודה טורית המתח על המשך ועל הקבל גדול פי גורם הטיב ממתח המקור:

$$U_L = U_C = Q_0 \cdot U = 10 \times 250 = 2500 \text{ V}$$

$$U_L = U_C = 2500 \text{ V}$$

סעיף ג — התנגדות הנגד R וקיבול הקבל C

מנוסחת גורם הטיב של מעגל טורי, ומתנאי התהודה:

$$R = \frac{\omega_0 \cdot L}{Q_0} = \frac{62832 \times 0.5}{10} = 3141.6 \text{ } \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L} = \frac{1}{62832^2 \times 0.5} = 5.07 \times 10^{-10} \text{ F}$$

$$R \approx 3142 \text{ } \Omega \approx 3.14 \text{ k}\Omega ; C \approx 0.507 \text{ nF}$$

סעיף ד — הזרם הזורם במעגל

בתהודה ההיגבים X_L ו- X_C מבטלים זה את זה, והעכבה שווה להתנגדות בלבד:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{250}{3141.6} = 0.0796 \text{ A}$$

$$I \approx 79.6 \text{ mA}$$

שאלה 7 — מעגל על מטריצה זיהוי נגדים לפי קוד צבעים

נתונים: ספק כפול $E_1 = 40V$ · $E_2 = 30V$ · חמישה נגדים מזוהים בקוד צבעים

קריאת הנתונים מהאיור: ערכי הנגדים זהו לפי פסי הצבע, כשהפס הרביעי זהב מציין דיוק $\pm 5\%$, ומתחי הספקים נקראו מצגי ספק הכוח הכפול — $40V$ ליחידה השמאלית ו- $30V$ ליחידה הימנית.

זיהוי הנגדים לפי פסי הצבע:

הנגד	פסי הצבע	חישוב	ערך
R_1	כחול, אפור, חום, זהב	68×10	680Ω
R_2	אדום, אדום, אדום, זהב	22×100	$2.2 k\Omega$
R_3	אפור, אדום, חום, זהב	82×10	820Ω
R_4	ירוק, חום, אדום, זהב	51×100	$5.1 k\Omega$
R_5	חום, שחור, אדום, זהב	10×100	$1 k\Omega$

סעיף א.1 — סרטוט המעגל החשמלי

מעקב אחר החיווט על המטריצה מראה מעגל בעל שני חוגים עם ענף משותף. ההדק החיובי של E_1 מחובר דרך R_1 לצומת A וההדק השלילי דרך R_2 לצומת B; ההדק החיובי של E_2 מחובר דרך R_4 לצומת B וההדק השלילי דרך R_3 לצומת A; והנגד R_5 מחובר בענף המשותף בין הצמתים A ו-B.

סעיף א.2 — ההספק בנגד R_4

נסמן $U = V(A) - V(B)$ את המתח בין הצמתים, ונרשום משוואת זרמים לצומת A — הזרם הנכנס מענף E_1 שווה לסכום הזרמים היוצאים דרך R_5 ודרך הענף של E_2 :

$$\frac{E_1 - U}{R_1 + R_2} = \frac{U}{R_5} + \frac{U + E_2}{R_3 + R_4}$$

$$\frac{40 - U}{2880} = \frac{U}{1000} + \frac{U + 30}{5920} \rightarrow U = 5.82 V$$

הזרם בענף של E_2 זורם דרך R_3 ודרך R_4 :

$$I(R_4) = \frac{U + E_2}{R_3 + R_4} = \frac{5.82 + 30}{5920} = 0.00605 \text{ A} = 6.05 \text{ mA}$$

נוודא את משוואת הצומת:

$$I(R_1) = \frac{40 - 5.82}{2880} = 11.87 \text{ mA} \quad ; \quad I(R_5) = \frac{5.82}{1000} = 5.82 \text{ mA}$$

$$11.87 \approx 6.05 + 5.82 \quad \checkmark$$

$$P(R_4) = I^2 \cdot R_4 = 0.00605^2 \times 5100 = 0.187 \text{ W}$$

$$P(R_4) \approx 0.19 \text{ W} = 187 \text{ mW}$$

סעיף ב — מנתקים את הנגד R_5 שבענף AB

לאחר ניתוק R_5 נותר חוג טורי יחיד שבו שני המקורות פועלים באותו כיוון ומסייעים זה לזה, וכל ארבעת הנגדים מחוברים בטור. הזרם דרך R_1 לפי חוק המתחים של קירכהוף בחוג יחיד:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{40 + 30}{680 + 2200 + 820 + 5100} = \frac{70}{8800} = 0.00795 \text{ A}$$

$$I \approx 7.95 \text{ mA} \approx 8 \text{ mA}$$

שאלה 8 — מעגל מגנטי עם חריץ אוויר

נתונים: $8\text{mm} \cdot A = 64\text{mm}^2 \cdot N = 600 \cdot I = 2\text{A}$ חתך ריבועי צלע $l_g = 1.5\text{mm} \cdot l = 228\text{mm} \cdot l(\text{fe}) = 226.5\text{mm} \cdot \mu_r = 1600$

סעיף א.1 — המיאון המגנטי של חריץ האוויר

$$R_m(g) = \frac{l_g}{\mu_0 \cdot A} = \frac{0.0015}{4\pi \times 10^{-7} \times 64 \times 10^{-6}} = 1.865 \times 10^7 \text{ AT/Wb}$$

$$R_m(g) \approx 1.87 \times 10^7 \text{ AT/Wb}$$

סעיף א.2 — המיאון המגנטי של ליבת המעגל (כולל החריץ)

$$R_m(\text{fe}) = \frac{l(\text{fe})}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = \frac{0.2265}{4\pi \times 10^{-7} \times 1600 \times 64 \times 10^{-6}} = 1.76 \times 10^6 \text{ AT/Wb}$$

$$R_m = R_m(\text{fe}) + R_m(g) = 1.76 \times 10^6 + 1.865 \times 10^7 = 2.04 \times 10^7 \text{ AT/Wb}$$

$$R_m \approx 2.04 \times 10^7 \text{ AT/Wb}$$

הסבר: שני חלקי המסלול המגנטי מחוברים בטור ולכן המיאונים מתחברים. אף שחריץ האוויר קצר מאוד, המיאון שלו גדול פי עשרה בקירוב מזה של הברזל, בגלל החדירות הנמוכה של האוויר. 💡

סעיף ב — השטף המגנטי בליבת המעגל

על הליבה סליל בעל $N = 600$ כריכות שבו זורם זרם $I = 2\text{A}$:

$$N \cdot I = 600 \times 2 = 1200 \text{ AT}$$

$$\Phi = \frac{N \cdot I}{R_m} = \frac{1200}{2.04 \times 10^7} = 5.88 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\Phi \approx 58.8 \mu\text{Wb}$$

סעיף ג — השדה המגנטי של המעגל

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{5.88 \times 10^{-5}}{64 \times 10^{-6}} = 0.92 \text{ T}$$

$$B \approx 0.92 \text{ T}$$

שאלה 9 — פישוט ומימוש פונקציה בינארית

נתונים: פונקציה F של שלושה משתנים A, B, C נתונה כביטוי משלים

סעיף א.1 — פישוט הפונקציה למינימום ליטרלים

הפונקציה הנתונה, כשקו עליון מסמן היפוך:

$$F(A,B,C) = \overline{A + \bar{A} \cdot C \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C} + B}$$

לפי כלל הבליעה, הסכום $B \cdot \bar{C} + B$ שווה ל-B, ולכן בתוך הסוגריים נותר:

$$A + B + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$$

לפי הכלל $X + \bar{X} \cdot Y = X + Y$ כאשר $X = A + B$, האיבר $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$ הוא בדיוק $\overline{A + B} \cdot C$:

$$A + B + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C = A + B + C$$

לבסוף, לפי כלל דה-מורגן:

$$F = \overline{A + B + C} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

$$F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \text{ (ליטרלים 3)}$$

סעיף א.2 — מימוש הפונקציה המפושטת בשערים לוגיים

נדרשים שלושה מהפכים (רכיב 7404) ושני שערי וגם (רכיב 7408): שלושת המהפכים נותנים את המשלימים של A, B ו-C; שער הוגם הראשון מקבל את המשלימים של A ו-B; ושער הוגם השני מקבל את מוצא הראשון ואת המשלים של C, ובמוצאו מתקבלת הפונקציה.

סעיף ב — קריאת מערך השערים המשולב ורישום הביטוי במוצא

הכניסות A ו-B מחוברות לשער או (7432), מוצאו נכנס לשער וגם (7408) יחד עם הכניסה C, ומוצא שער הוגם נכנס למהפך (7404) שמוצאו הוא F. השתלשלות האותות:

$$A + B$$

$$(A + B) \cdot C$$

$$F = \overline{(A + B) \cdot C}$$

באמצעות כלל דה-מורגן אפשר לרשום את המוצא גם בצורה:

$$F = \overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$F = \overline{(A + B) \cdot C} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{C}$$

שאלה 10 — פונקציה הנתונה במפת קרנו

נתונים: $F(X,Y,Z) = 1$ בתאים 0, 4, 6, 3 · מצב חופשי Φ בתא 7 · אחרת 0

סעיף א — פישוט הפונקציה למינימום ליטרלים

מבצעים קיבוצים במפה, כשהמצב החופשי בתא 7 מנוצל כ-1. קיבוץ התאים 0 ו-4 (סמיכות גלילית) מבטל את X ונותן $\bar{Y} \cdot \bar{Z}$; קיבוץ התאים 4 ו-6 מבטל את Y ונותן $X \cdot \bar{Z}$; קיבוץ התאים 3 ו-7 מבטל את X ונותן $Y \cdot Z$:

$$F = \bar{Y} \cdot \bar{Z} + X \cdot \bar{Z} + Y \cdot Z$$

$$F = \bar{Y} \cdot \bar{Z} + X \cdot \bar{Z} + Y \cdot Z$$

סעיף ב — ערך הפונקציה כאשר $X = Y$ וגם $Z = 1$

מציבים $Z = 1$ בפונקציה המפושטת. האיברים $\bar{Y} \cdot \bar{Z}$ ו- $X \cdot \bar{Z}$ מתאפסים ונותר:

$$F = Y \cdot Z = Y \cdot 1 = Y$$

מכיוון ש- $X = Y$, ערך הפונקציה שווה לערך המשותף של הכניסות: אם $X = Y = 0$ מתקבל $F = 0$, ואם $X = Y = 1$ מתקבל $F = 1$ (תא 7 — המצב החופשי שמומש כ-1).

$$F = X = Y$$

סעיף ג — מימוש הפונקציה המפושטת על גבי המערך שבנספח

נדרשים שני מהפכים (7404), שלושה שערי וגם (7408) ושני שערי או (7432). המהפכים נותנים את המשלימים של Y ושל Z ; שער הוגם הראשון נותן $\bar{Y} \cdot \bar{Z}$, השני נותן $X \cdot \bar{Z}$, והשלישי נותן $Y \cdot Z$; שער האו הראשון מאחד את שני האיברים הראשונים, ושער האו השני מוסיף את האיבר השלישי ומפיק את הפונקציה. בכל רכיב מחוברת רגל 14 ל- VCC ורגל 7 ל- GND .