

הצעה לפתרון מלא — מערכות חשמל

בגרות · קיץ תשע"ו 2016 · שאלון 845381 · שאלות 1–10

✦ בנוי על ידי פהד גאנץ ✦ 

על המסמך:  הצעה לפתרון מלא לשאלון 845381 — מערכות חשמל, קיץ תשע"ו 2016. בשאלון עשר שאלות בשלושה פרקים: שאלות 1–4 במעגלי זרם ישר וקבלים, שאלות 5–8 בזרם חילופין וברשתות תלת-מופעיות, ושאלות 9–10 במערכות ספרתיות.

שאלה 1 — מעגל זרם ישר

נתונים: $E = 80V$ · $R_1 = 4 \Omega$ · $R_2 = 16 \Omega$ · $R_3 = 18 \Omega$ · $R_4 = 4.2 \Omega$ · $R_5 = 3.8 \Omega$ · $R_6 = 8 \Omega$

מבנה המעגל: המקור בטור עם R_1 . בין A ל-B מחוברים R_2 ו- R_3 במקביל. בין B ל-C מחובר R_6 במקביל לצירוף הטורי של R_4 ו- R_5 . הנקודה C מוארקת.

סעיף א — ההתנגדות השקולה של המעגל

הנגדים R_2 ו- R_3 מקבילים בין A ל-B. הנגדים R_4 ו- R_5 בטור, וצירופם מקביל ל- R_6 בין B ל-C. כל הצירופים בטור עם R_1 ועם המקור:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{16 \times 18}{16 + 18} = \frac{288}{34} = 8.47 \Omega$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 4.2 + 3.8 = 8 \Omega$$

$$R_{BC} = \frac{R_{45} \cdot R_6}{R_{45} + R_6} = \frac{8 \times 8}{16} = 4 \Omega$$

$$R_T = R_1 + R_{23} + R_{BC} = 4 + 8.47 + 4 = 16.47 \Omega$$

$$R_T \approx 16.47 \Omega$$

סעיף ב — הזרם דרך הנגד R_1

הנגד R_1 נמצא בענף המקור, ולכן זרם דרכו הזרם הכללי של המעגל לפי חוק אוהם:

$$I_1 = \frac{E}{R_T} = \frac{80}{16.47}$$

$$I_1 \approx 4.86 A$$

סעיף ג — ההספק בנגד R_6

נחשב תחילה את המתח על הצירוף המקבילי בין B ל-C, ומתוכו את ההספק בנגד R_6 :

$$U_{BC} = I_1 \cdot R_{BC} = 4.86 \times 4 = 19.43 \text{ V}$$

$$P_6 = \frac{U_{BC}^2}{R_6} = \frac{19.43^2}{8}$$

$$P_6 \approx 47.2 \text{ W}$$

סעיף ד — חיבור מכשיר מדידה לזרם דרך R_1

כדי למדוד את הזרם דרך R_1 יש לחבר אמפרמטר בטור בענף שבו נמצא הנגד, כלומר לפתוח את הענף שבין המקור ל- R_1 (או בין R_1 לנקודה A) ולהכניס במקומו את האמפרמטר, כך שכל זרם הענף יעבור דרכו. סימולו במעגל הוא עיגול שבתוכו האות A, המחובר בטור. התנגדותו הפנימית קטנה מאוד ולכן אינה משפיעה על הזרם הנמדד.

שאלה 2 — מעגל עם שני מקורות ואמפרמטר

$$\text{נתונים: } U_1 = 8.2\text{V} \cdot U_2 = 4.1\text{V} \cdot R_1 = 7\ \Omega \cdot R_3 = 3\ \Omega \cdot I_3 = 1.1\text{A}$$

מבנה המעגל: המקור U_1 בין A ל-B. הנגד R_1 בין A ל-C. הנגד R_3 בטור עם אמפרמטר אידאלי בין C ל-B. הנגד R_2 בין C ל-D, והמקור U_2 בין D ל-B.

סעיף א — המתח על הנגד R_3

האמפרמטר אידאלי (התנגדותו אפס), ולכן כל מתח הענף האמצעי נופל על R_3 :

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 1.1 \times 3$$

$$U_3 = 3.3\text{ V (B-ביחס ל C זהו גם פוטנציאל הנקודה)}$$

סעיף ב — ההתנגדות של הנגד R_2

נחשב תחילה את הזרם דרך R_1 מחוק המתחים בחוג השמאלי, ואז את הזרם דרך R_2 מחוק הזרמים בצומת C:

$$I_1 = \frac{U_1 - U_3}{R_1} = \frac{8.2 - 3.3}{7} = \frac{4.9}{7} = 0.7\text{ A}$$

$$I_2 = I_3 - I_1 = 1.1 - 0.7 = 0.4\text{ A}$$

הזרם I_2 זורם מ-D אל C דרך R_2 . המתח על R_2 הוא ההפרש בין פוטנציאל D (מתח המקור U_2) לפוטנציאל C:

$$R_2 = \frac{U_2 - U_3}{I_2} = \frac{4.1 - 3.3}{0.4} = \frac{0.8}{0.4}$$

$$R_2 = 2\ \Omega$$

סעיף ג — קריאת וולטמטר בין הנקודות A ו-D

הנקודה A מחוברת ישירות להדק החיובי של U_1 , והנקודה D להדק החיובי של U_2 (שני המקורות משותפים לנקודה B):

$$U_{AD} = V_A - V_D = U_1 - U_2 = 8.2 - 4.1$$

$$U_{AD} = 4.1 \text{ V}$$

סעיף ג2 — שינוי R_1 ל-10 אום

קריאת הוולטמטר לא תשתנה. פוטנציאלי הנקודות A ו-D נקבעים ישירות על-ידי המקורות U_1 ו- U_2 (הנקודות יושבות על הדקי המקורות עצמם) ואינם תלויים בערכי הנגדים שבמעגל. הוולטמטר אידאלי ואינו צורך זרם, ולכן שינוי R_1 מ-7 אום ל-10 אום משנה את הזרמים בענפים אך אינו משנה את הפרש הפוטנציאלים בין A ל-D:

$$U_{AD} = 8.2 - 4.1 = 4.1 \text{ V}$$

$$U_{AD} = 4.1 \text{ V} \text{ — ללא שינוי}$$

שאלה 3 — מעגל עם שני מקורות ומפסק

נתונים: $U_1 = 120\text{V}$ · $R_1 = 20\ \Omega$ · $U_2 = 60\text{V}$ · $R_2 = 5\ \Omega$ · $R_3 = 6\ \Omega$ · $R_4 = 8\ \Omega$

מבנה המעגל: ענף שמאלי — U_1 בטור עם R_1 בין הפס התחתון ל-A. ענף אמצעי — U_2 בטור עם R_2 בין A ל-B. ענף ימני — מפסק S בטור עם R_3 ו- R_4 בין A ל-B. הנקודה B מוארקת.

סעיף א — הזרם דרך R_2 כאשר המפסק S פתוח

כאשר המפסק פתוח אין זרם בענף הימני, ונוצר חוג יחיד שבו שני המקורות פועלים זה כנגד זה:

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2} = \frac{120 - 60}{20 + 5} = \frac{60}{25}$$

$$I = I_2 = 2.4\text{ A}$$

סעיף ב — הפרש הפוטנציאלים בין A ל-B (המפסק פתוח)

נחשב את פוטנציאל A דרך הענף השמאלי:

$$U_{AB} = U_1 - I \cdot R_1 = 120 - 2.4 \times 20 = 120 - 48 = 72\text{ V}$$

נוודא דרך הענף האמצעי:

$$U_{AB} = U_2 + I \cdot R_2 = 60 + 2.4 \times 5 = 72\text{ V} \checkmark$$

$$U_{AB} = 72\text{ V}$$

סעיף ג — משוואות זרמי החוגים כאשר המפסק S סגור

נגדיר: I_1 — הזרם בענף השמאלי (מ- U_1 אל A); I_2 — הזרם בענף האמצעי (מ-A אל B); I_3 — הזרם בענף הימני (מ-A דרך R_3 ו- R_4 אל B). מתקבלות שלוש משוואות — חוק הזרמים בצומת A ושני חוקי המתחים:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$U_1 = I_1 R_1 + U_2 + I_2 R_2 \rightarrow 120 = 20 I_1 + 60 + 5 I_2$$

$$U_2 + I_2 R_2 = I_3 (R_3 + R_4) \rightarrow 60 + 5 I_2 = 14 I_3$$

סעיף ד — חישוב הזרמים במעגל (המפסק סגור)

נציב את משוואת הצומת בחוק המתחים הראשון ונפתור יחד עם המשוואה השלישית:

$$60 = 25 I_2 + 20 I_3$$

$$I_2 = \frac{14 I_3 - 60}{5} = 2.8 I_3 - 12$$

$$60 = 25(2.8 I_3 - 12) + 20 I_3 = 90 I_3 - 300 \rightarrow I_3 = \frac{360}{90} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = 2.8 \times 4 - 12 = -0.8 \text{ A}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 3.2 \text{ A}$$

הסימן השלילי של I_2 מלמד שכיוון הזרם בפועל בענף האמצעי הפוך להנחה — הזרם זורם מ-B אל A בגודל 0.8 אמפר:

$$U_{AB} = 120 - 20 \times 3.2 = 56 \text{ V} ; 14 \times 4 = 56 \text{ V } \checkmark$$

$$I_1 = 3.2 \text{ A} ; I_2 = 0.8 \text{ A (A אל B- בכיוון ח)} ; I_3 = 4 \text{ A}$$

שאלה 4 — מעגל קבלים וקבוע זמן

נתונים: $U = 24V$ · $C_1 = 6\mu F$ · $C_2 = 2\mu F$ · $C_3 = 6\mu F$ · $C_4 = 4\mu F$ · $R = 14 k\Omega$

מבנה המעגל: באיור א' המקור בטור עם C_1 ; מהצומת האמצעי C_2 ישירות אל ההדק התחתון, ובמקביל אליו הצירוף הטורי של C_3 ו- C_4 . באיור ב' נגד R בטור עם הקבל השקול.

סעיף א — הקיבול השקול של המעגל

הקבלים C_3 ו- C_4 בטור; צירופם מקביל ל- C_2 ; והצירוף כולו בטור עם C_1 :

$$C_{34} = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \mu F$$

$$C_m = C_2 + C_{34} = 2 + 2.4 = 4.4 \mu F$$

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_m}{C_1 + C_m} = \frac{6 \times 4.4}{6 + 4.4} = \frac{26.4}{10.4}$$

$$C_T \approx 2.54 \mu F$$

סעיף ב — המטען של הקבל C_2

המטען הכולל שמספק המקור שווה למטען על הקבל הטורי C_1 . מתוכו נחשב את המתח על C_1 , ומהפרש המתחים את המתח על C_2 ואת מטענו:

$$Q_T = C_T \cdot U = 2.54 \times 24 = 60.9 \mu C$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{60.9}{6} = 10.15 V$$

$$U_2 = U - U_1 = 24 - 10.15 = 13.85 V$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 2 \times 13.85$$

$$Q_2 \approx 27.7 \mu C$$

סעיף ג — קבוע הזמן של המעגל (איור ב')

קבוע הזמן של מעגל טעינה הכולל נגד וקבל בטור:

$$\tau = R \cdot C = 14 \times 10^3 \times 2.54 \times 10^{-6}$$

$$\tau \approx 35.5 \text{ ms}$$

סעיף ד — אופיין המתח על הקבל כפונקציה של הזמן

המתח על הקבל בזמן הטעינה עולה באופן מעריכי:

$$u_C(t) = U(1 - e^{-t/\tau}) = 24(1 - e^{-t/\tau}) \quad [\text{V}]$$

בגרף: הציר האופקי הוא הזמן (במילי-שניות) והציר האנכי הוא המתח על הקבל (בוולטים). העקומה מתחילה מאפס בעלייה תלולה, קצב העלייה הולך וקטן, והיא שואפת אסימפטוטית אל 24 וולט. בזמן $t = \tau$ המתח מגיע לכ-63.2% מהמתח הסופי, ובזמן $t = 5\tau$ הקבל טעון למעשה במלואו:

$$u_C(\tau) \approx 15.2 \text{ V} ; \quad u_C(5\tau) \approx 24 \text{ V}$$

$$u_C(\tau) \approx 15.2 \text{ V} ; \quad u_C(5\tau) \approx 24 \text{ V}$$

פרק שני — זרם חילופין

שאלה 5 — מעגל טורי בזרם חילופין

נתונים: $U = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$ · $f = 400 \text{ Hz}$ · $R = 7.5 \, \Omega$ · $C = 20 \mu\text{F}$ · $L = 5 \text{ mH}$

סעיף א1 — היגב הסליל והיגב הקבל

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 400 \times 5 \times 10^{-3} = 12.57 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 400 \times 20 \times 10^{-6}} = 19.89 \, \Omega$$

$$X_L \approx 12.57 \, \Omega ; X_C \approx 19.89 \, \Omega$$

סעיף א2 — העכבה השקולה של המעגל

במעגל טורי מחברים את ההתנגדות ואת ההיגבים באופן וקטורי:

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 7.5 + j(12.57 - 19.89) = 7.5 - j7.33 \, \Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{7.5^2 + 7.33^2} = \sqrt{109.9} = 10.49 \, \Omega$$

$$\phi_Z \approx -44.3^\circ$$

היגב הקבל גדול מהיגב הסליל, ולכן למעגל אופי קיבולי.

$$Z \approx 10.49 \, \Omega \angle -44.3^\circ \text{ (אופי קיבולי)}$$

סעיף ב — הזרם במעגל

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{200 \angle 0^\circ}{10.49 \angle -44.3^\circ} = 19.07 \angle +44.3^\circ \text{ A}$$

$$I \approx 19.07 \angle 44.3^\circ \text{ A (מקדים את המתח)}$$

סעיף ג1 — ההספק הפעיל, ההיגבי והמדומה

$$P = I^2 R = 19.07^2 \times 7.5 \approx 2728 \text{ W}$$

$$Q = I^2 (X_C - X_L) = 19.07^2 \times 7.33 \approx 2666 \text{ var}$$

$$S = U \cdot I = 200 \times 19.07 \approx 3815 \text{ VA}$$

בדיקה לפי משולש ההספקים:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{2728^2 + 2666^2} \approx 3815 \text{ VA } \checkmark$$

$$P \approx 2728 \text{ W} ; Q \approx 2666 \text{ var (קיבולי)} ; S \approx 3815 \text{ VA}$$

סעיף ג2 — משולש ההספקים

משולש ישר-זווית: הניצב האופקי מייצג את ההספק הפעיל P , הניצב האנכי (מצויר כלפי מטה מפני שהמעגל קיבולי) מייצג את ההספק ההיגבי Q , והיתר מייצג את ההספק המדומה S . הזווית שבין הניצב האופקי ליתר היא זווית המופע:

$$\phi \approx 44.3^\circ ; \quad \cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{2728}{3815} \approx 0.715$$

$$\cos \phi \approx 0.715 \text{ (קיבולי)}$$

שאלה 6 — מעגל טורי בתהודה

נתונים: $U = 30 \angle 0^\circ \text{ V}$ · $\omega = 500 \text{ rad/s}$ · $R = 15 \Omega$ · $L = 0.1 \text{ H}$ · $C = 40 \mu\text{F}$

סעיף א — ההיגבים ובדיקת תהודה

$$X_L = \omega L = 500 \times 0.1 = 50 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \times 40 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.02} = 50 \Omega$$

היגב המשרן שווה להיגב הקבל, ולכן המעגל בתהודה. בתהודה טורית מתחי הסליל והקבל מבטלים זה את זה, והעכבה נעשית אומית טהורה ומינימלית.

$$X_L = X_C = 50 \Omega - \text{המעגל בתהודה}$$

סעיף ב — הזרם הזורם במעגל

בתהודה העכבה השקולה שווה להתנגדות בלבד:

$$Z = R = 15 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{30}{15} = 2 \text{ A}$$

$$I = 2 \text{ A (במופע אחד עם המתח)}$$

סעיף ג — קריאות מכשירי המדידה

הוולטמטר V_1 מחובר על הדקי המקור ולכן מורה את מתח המקור. הוולטמטר V_2 מחובר על הנגד, ומכיוון שהמעגל בתהודה כל מתח המקור נופל על הנגד:

$$V_1 = U = 30 \text{ V}$$

$$V_2 = I \cdot R = 2 \times 15 = 30 \text{ V}$$

שימו לב: המתח על הסליל והמתח על הקבל שווים בגודלם ל-100 וולט כל אחד ($U_X = 2 \times 50$), אך הפוכים במופע ומבטלים זה את זה — תופעה אופיינית לתהודה טורית.

$$V_1 = V_2 = 30 \text{ V}$$

סעיף ד — גורם הטיב של המעגל

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{50}{15}$$

$$Q \approx 3.33$$

שאלה 7 — מעגל מקבילי בזרם חילופין

נתונים: $U = 50 \angle 0^\circ \text{ V}$ · $\omega = 600 \text{ rad/s}$ · $C = 400 \mu\text{F}$ · $L = 13.3 \text{ mH}$ · $R = 10 \Omega$ (נתון שהוסף)

נתון חסר: בשאלה לא צוין ערך הנגד R. בהתאם להוראות השאלון המתירות להוסיף נתון חסר בצירוף נימוק, נניח $R = 10 \Omega$ — ערך סביר המאפשר פתרון מלא של כל הסעיפים.

סעיף א — היגב המשרן והיגב הקבל

$$X_L = \omega L = 600 \times 13.3 \times 10^{-3} = 7.98 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{600 \times 400 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.24} = 4.17 \Omega$$

$$X_L \approx 7.98 \Omega ; X_C \approx 4.17 \Omega$$

סעיף ב — עכבת המעגל ואופיו

נחשב תחילה את העכבה השקולה של הסליל והקבל המקבילים, ואחר כך את צירופה עם הנגד:

$$Z_{LC} = \frac{-j \cdot X_L X_C}{X_L - X_C} = \frac{-j(7.98 \times 4.17)}{7.98 - 4.17} \approx -j8.72 \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot Z_{LC}}{R + Z_{LC}} = \frac{10 \times 8.72 \angle -90^\circ}{10 - j8.72} = \frac{87.2 \angle -90^\circ}{13.27 \angle -41.1^\circ} = 6.57 \angle -48.9^\circ \Omega$$

היגב הקבל קטן מהיגב הסליל, ולכן זרם הקבל גדול מזרם הסליל, הזרם הכללי מקדים את המתח ולמעגל אופי קיבולי.

$$Z \approx 6.57 \Omega \angle -48.9^\circ \text{ (אופי קיבולי)}$$

סעיף ג — הזרמים I_1 , I_2 ו- I_T במעגל

$$I_1 = \frac{U}{X_L} = \frac{50}{7.98} \approx 6.27 \text{ A} \quad (\angle -90^\circ)$$

$$I_2 = \frac{U}{X_C} = \frac{50}{4.17} = 12 \text{ A} \quad (\angle +90^\circ)$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{50}{10} = 5 \text{ A} \quad (\text{במופע אפד})$$

הזרם הכללי מתקבל מחיבור וקטורי של זרמי הענפים:

$$I_T = I_R + j(I_2 - I_1) = 5 + j(12 - 6.27) = 5 + j5.73$$

$$|I_T| = \sqrt{5^2 + 5.73^2} = \sqrt{57.9} \approx 7.61 \text{ A} \quad ; \quad \phi = \arctan \frac{5.73}{5} \approx +48.9^\circ$$

בדיקה:

$$Z = \frac{U}{I_T} = \frac{50}{7.61} \approx 6.57 \text{ } \Omega \checkmark$$

$$I_1 \approx 6.27 \text{ A} \quad ; \quad I_2 = 12 \text{ A} \quad ; \quad I_T \approx 7.61 \angle 48.9^\circ \text{ A}$$

שאלה 8 — רשת תלת-מופעית סימטרית

נתונים: $U = 15 \Omega \cdot R = 15 \Omega \cdot U = 400V$ (מופעי) $\cdot f = 50Hz$ $\cdot 230V$ עומס אומי סימטרי

בכל צורות החיבור העומס אומי טהור וסימטרי, ולכן שלושת הזרמים הקוויים שווים זה לזה.

חיבור א — משולש עם שני נגדים בטור בכל צלע

התנגדות כל צלע היא סכום שני הנגדים, ועל כל צלע נופל המתח הקווי:

$$R_{\Delta} = 2R = 30 \Omega$$

$$I(\text{מופעי}) = \frac{U(\text{קווי})}{R_{\Delta}} = \frac{400}{30} = 13.33 \text{ A}$$

$$I(\text{קווי}) = \sqrt{3} \cdot I(\text{מופעי}) = 23.09 = 13.33 \times 1.732 \text{ A}$$

$$P = \frac{3 \cdot U(\text{קווי})^2}{R_{\Delta}} = \frac{3 \times 400^2}{30} = 16000 \text{ W}$$

$$I(\text{קווי}) \approx 23.09 \text{ A} ; P = 16 \text{ kW}$$

חיבור ב — כוכב עם שני נגדים בטור בכל פאזה

בחיבור כוכב הזרם הקווי שווה לזרם המופעי, ועל כל פאזה נופל המתח המופעי:

$$R_Y = 2R = 30 \Omega$$

$$I(\text{קווי}) = \frac{U(\text{מופעי})}{R_Y} = \frac{230}{30} = 7.67 \text{ A}$$

$$P = \frac{3 \cdot U(\text{מופעי})^2}{R_Y} = \frac{3 \times 230^2}{30} = 5290 \text{ W}$$

$$I(\text{קווי}) \approx 7.67 \text{ A} ; P \approx 5.29 \text{ kW}$$

חיבור ג — כוכב עם שני נגדים במקביל בכל פאזה

התנגדות כל פאזה היא צירוף מקבילי של שני נגדים זהים:

$$R_Y = \frac{R}{2} = 7.5 \quad \Omega$$

$$I(\text{קווי}) = \frac{U(\text{מופע})}{R_Y} = \frac{230}{7.5} = 30.67 \text{ A}$$

$$P = \frac{3 \cdot U(\text{מופע})^2}{R_Y} = \frac{3 \times 230^2}{7.5} = 21160 \text{ W}$$

$$I(\text{קווי}) \approx 30.67 \text{ A} ; P \approx 21.16 \text{ kW}$$

סיכום:  בחיבור א' זרם קווי כ-23.09 אמפר והספק 16 קילו-ואט; בחיבור ב' זרם קווי כ-7.67 אמפר והספק כ-5.29 קילו-ואט; בחיבור ג' זרם קווי כ-30.67 אמפר והספק כ-21.16 קילו-ואט.

שאלה 9 — פישוט פונקציה בינארית

$$\overline{A + B + C} \cdot F(A, B, C) = \overline{A \cdot \overline{B} \cdot (A + C)} + \overline{A} \cdot B$$

נתונים:

סעיף א — פישוט הפונקציה במינימום ליטרלים

נפשט תחילה את המחובר השני לפי כלל זה-מורגן:

$$\overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$\overline{A} \cdot B \cdot (\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}) = \overline{A} \cdot (B \cdot \overline{B}) \cdot \overline{C} = 0$$

נפשט את הביטוי שבתוך השלילה במחובר הראשון לפי חוק הבליעה:

$$A \cdot (A + C) = A \Rightarrow A \cdot \overline{B} \cdot (A + C) = A \cdot \overline{B}$$

נפעיל את כלל זה-מורגן על השלילה:

$$F = \overline{A \cdot \overline{B} + 0} = \overline{A} + B$$

$$F = \overline{A} + B \quad (\text{C-שני ליטרלים בלבד, ללא תלות ב})$$

סעיף ב — מימוש הפונקציה המפושטת בשערים לוגיים

הכניסה A מחוברת למהפך שמוצאו $\overline{A}$; מוצא זה מחובר יחד עם הכניסה B לשער OR דו-כניסי שמוצאו הוא הפונקציה. דרך חלופית בשערי NAND בלבד: מחברים את B לשתי כניסות שער NAND (המתפקד כמהפך) ומקבלים $\overline{B}$, ואת A ואת $\overline{B}$ מכניסים לשער NAND שני, שלפי זה-מורגן מוצא הוא הפונקציה המבוקשת:

$$F = \overline{A \cdot \overline{B}} = \overline{A} + B$$

שאלה 10 — רכיב 7400 עם שערי NAND

נתונים: רכיב 7400 · ארבעה שערי NAND דו-כניסיים · כניסות A, B, C

מבנה החיווט: A מחוברת לרגל 1 ולרגל 5, B לרגל 2. מוצא השער הראשון (רגל 3) מחובר לרגל 4. מוצא השער השני (רגל 6) מחובר לרגל 13, ו-C לרגל 12. מוצא השער השלישי (רגל 11) הוא הפונקציה F. השער הרביעי אינו בשימוש.

סעיף א — מציאת הפונקציה במוצא F

נעקוב אחרי האותות שער אחר שער. השער הראשון — כניסות ברגליים 1 ו-2:

$$Y_1 = \overline{A \cdot B}$$

השער השני — כניסותיו הן מוצא השער הראשון והכניסה A:

$$Y_2 = \overline{A \cdot Y_1} = \overline{A \cdot \overline{A \cdot B}}$$

נפשט את מוצא השער השני לפי כלל דה-מורגן וחוקי האלגברה הבוליאנית:

$$A \cdot \overline{A \cdot B} = A \cdot (\overline{A} + \overline{B}) = A \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B}$$

$$Y_2 = \overline{A \cdot B} = \overline{A} + B$$

השער השלישי — כניסותיו הן מוצא השער השני והכניסה C:

$$F = \overline{Y_2 \cdot C} = \overline{(\overline{A} + B) \cdot C}$$

נפעיל שוב את כלל דה-מורגן:

$$F = \overline{\overline{A} + B + C} = A \cdot \overline{B} + \overline{C}$$

$$F = A \cdot \overline{B} + \overline{C}$$

סעיף ב — טבלת אמת של הפונקציה F

נציב את שמונת הצירופים של שלושת המשתנים בביטוי:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

הפונקציה שווה 1 בכל מקרה שבו $C = 0$ (בזכות האיבר $\overline{C}$), וכן כאשר $A = 1$ ו- $B = 0$ (בזכות האיבר $A \cdot \overline{B}$). בכל שאר המקרים הפונקציה שווה 0.